أولا: المتوسط الحسابي

يعتبر المتوسط الحسابي من اهم مقاييس النزعة المركزية في تحليل المتغيرات الكمية خاصة ورياضيا هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع القيم على عدد المشاهدات ويرمز له بـــــــ $\bar{x}$

1 – حساب المتوسط الحسابي La moyenne

أ- حالة بيانات غير مبوبة

يتم حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$ في حالة بيانات غير مبوبة وفق العلاقة التالية

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال

لتكن لدينا المشاهدات التالية المتعلقة بالمتغير الاحصائي X

2 6 8 9 2 7 9 4

ويمكن في هذه الحالة حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$ على النحو التالي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{2 + 6 + 8 + 9 + 2 + 7 + 9 + 4}{8}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{47}{8} = 5,875$$

ب- حالة بيانات مبوبة (متغير كمي متقطع)

في حالة بيانات مبوبة لمتغير كمي متقطع يتم حساب المتوسط الحسابي النحو **التالي**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

حيث xi القيم، ni التكرار

مثال

ليكن لدينا التوزيع التكراري لعدد الإطفاء في (20) عائلة

xi	ni
0	3
1	5
2	6
3	4
4	1
5	1
	20

المطلوب: حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$

الحل

xi	ni	XI*ni
0	3	0
1	5	5
2	6	12
3	4	12
4	1	4
5	1	5
$\sum xi * ni$		38

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{38}{20} = 1,9$$

ت- حالة بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر)

في حالة بيانات مبوبة لمتغير كمي متقطع يتم حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$ وفق العلاقة التالية

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

حيث ci مراكز الفئات، ni التكرار

مثــال

ليكن لدينا التوزيع التكراري لنقاط فوج من (30) طالب في مقياس الرياضيات

الفئات	ni
$[0-4[$	6
$[4-8[$	12
$[8-12[$	7
$[12-16[$	4
$[16-20[$	1
$\sum ni$	30

المطلوب: حساب المتوسط الحسابي $\overline{x}$

الفئات	ci	ni	Ci*ni
$[0-4[$	2	6	12
$[4-8[$	6	12	72
$[8-12[$	10	7	70
$[12-16[$	14	4	56
$[16-20[$	18	1	18
$\sum Ci * ni$			228

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{228}{30} = 7,6$$

ثانيا: الوسيط la médiane

الوسيط هو عبارة عن القيمة التي تتوسط المجتمع الاحصائي، او بعبارة أخرى هو عبارة عن القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي الى جزئيين متساويين حيث أن 50 % من الشاهدات أكبر من الوسيط و 50 % من المشاهدات اصغر من الوسيط و يرمز له بـــ M_e

1 – حساب الوسيط la médiane

أ- حالة بيانات غير مبوبة

أ-1 / بيانات غير مبوبة مجموعها عدد فردي

في حالة بيانات غير مبوبة مجموعها (عدد المشاهدات) عدد فردي يتم تحديد الوسيط وفق الخطوات التالية:

الخطوة 1: ترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا (من الأصغر الى الأكبر)

الخطوة 2: تحديد رتبة الوسيط X_{me} على النحو التالي:

$$X_{me} = \frac{n+1}{2}$$

الخطوة 3: الوسيط M_e هو القيمة الموافقة لرتبة الوسيط X_{me}

مثال تطبيقي

لتكن لدينا المشاهدات التالية المتعلقة بظاهرة إحصائية و المطلوب هو تحديد قيمة الوسيط M_e

3 7 2 1 6 5 9

نقوم بترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا

1 2 3 5 6 7 9

عدد المشاهدات 7 (فردي) نقوم بتحديد رتبة الوسيط

$$X_{me} = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4 \Rightarrow \boldsymbol{X_{me} = 4}$$

الوسيط هو المشاهدة من الرتبة 4 (في الترتيب التصاعدي)

$$\boldsymbol{M_e = 5}$$

أ-2 / بيانات غير مبوبة مجموعها عدد زوجي

في حالة بيانات غير مبوبة مجموعها (عدد المشاهدات) عدد فردي يتم تحديد الوسيط وفق الخطوات التالية:

الخطوة 1: ترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا (من الأصغر الى الأكبر)

الخطوة 2: تحديد رتبة الوسيط بقيمتين ويكون الوسيط عبارة عن متوسط القيمتين وذلك على النحو التالي:

$$M_e = \frac{X\left(\frac{n}{2}\right) + X\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$$

مثال تطبيقي

لتكن لدينا المشاهدات التالية المتعلقة بظاهرة إحصائية والمطلوب هو تحديد قيمة الوسيط M_e

11 3 4 8 9 10 6 4 2 7

حل المثال تطبيقي

نقوم بترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا

2 3 4 4 6 7 8 9 10 11

تحديد رتبة القيمتين

$$X\left(\frac{n}{2}\right) = X\left(\frac{10}{2}\right) = X(5) = 6$$

$$X\left(\frac{n}{2}+1\right) = X\left(\frac{10}{2}+1\right) = X(5+1) = X(6) = 7$$

$$M_e = \frac{X\left(\frac{n}{2}\right) + X\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2} = \frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

$$M_e = 6,5$$

ب- حالة بيانات مبوبة (متغير كمي متقطع)

في حالة بيانات مبوبة أي جدول تكراري لمتغير كمي متقطع (منفصل) يتم تحديد قيمة الوسيط M_e وفق الخطوات التالية

الخطوة 1: حساب التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع التكراري

الخطوة 2: تحديد رتبة الوسيط X_{me} على النحو التالي:

$$X_{me} = \frac{N}{2}$$

مع N: عدد المشاهدات (مجموع التكرارات)

الخطوة 3: تحديد قيمة الوسيط M_e وهي القيمة الموافقة لرتبة الوسيط في التكرار المتجمع الصاعد او الأعلى منها مباشرة

مثال تطبيقي

نأخذ معطيات المثال السابق المتعلق بعدد الأطفال في (20) أسرة و المطلوب هو تحديد الوسيط

xi	ni	$N^{\uparrow}$
0	3	3
1	5	8
2	6	14
3	4	18
4	1	18
5	1	20
$\sum ni = 20$		

رتبة الوسيط

$$X_{me} = \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

قيمة الوسيط في هذه الحالة هي القيمة الموافقة للتكرار المتجمع الصاعد الأكبر مباشرة من 10 وهو 14 لان قيمة 10 غير موجودة في الجدول، والتالي الوسيط هو 2

$$M_e = 2$$

ت-حالة بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر)

في حالة بيانات مبوبة أي جدول تكراري لمتغير مستمر يتم تحديد قيمة الوسيط M_e وفق الخطوات التالية :

الخطوة 1: حساب التكرار المتجمع الصاعد للتوزيع التكراري

الخطوة 2: تحديد رتبة الوسيط X_{me} على النحو التالي:

$$X_{me} = \frac{N}{2}$$

الخطوة 3 : تحديد الفئة الوسيطة و هي الفئة الموافقة لرتبة الوسيط في التكرار المتجمع الصاعد او الأعلى منها مباشرة

الخطوة الرابعة: حساب الوسيط وفق العلاقة التالية:

$$M_e = L_0 + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}^{\uparrow}}{n_e} * k_e \right)$$

حيث :

L_0 : الحد الأدنى للفئة الوسيطية

$\frac{N}{2}$: رتبة الوسيط

$N_{e-1}^{\uparrow}$ التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية

n_e : تكرار الفئة الوسيطة

k_e : طول الفئة الوسيطة

<u>مثال تطبيقي</u>

نأخذ معطيات المثال السابق المتعلق بالتوزيع التكراري لنقاط فوج من (30) طالب في مقياس الرياضيات والمطلوب هو حساب الوسيط M_e

الفئات	ni	$N^{\uparrow}$
$[0-4[$	6	6
$[4-8[$	12	18
$[8-12[$	7	25
$[12-16[$	4	29
$[16-20[$	1	30
$\sum ni = 30$		

حساب رتبة الوسيط

$$X_{me} = \frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

الفئة الوسيطية هي الفئة $[4-8[$ لانها الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد الأعلى مباشرة من رتبة الوسيط (لان رتبة الوسيط غير موجودة في الجدول مباشرة)

$$L_0 = 4 \ , \frac{N}{2} = 15 \ , N_{e-1}^{\uparrow} = 6 \ , n_e = 12 \ , \quad k_e = 4$$

$$M_e = L_0 + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{e-1}^{\uparrow}}{n_e} * k_e \right) = 4 + \left(\frac{15-6}{12} * 4 \right)$$

$$\Rightarrow M_e = 4 + 3 = 7$$

ثالثا : المنوال le Mode

المنوال Le mode هو عبارة عن القيمة الأكثر تكرار في مجتمع احصائي ويرمز له بـــ M_0

حساب المنوال Mode

أ- **حالة بيانات غير مبوبة**: في حالة بيانات غير مبوبة المنوال هو عبارة عن المشاهدة التي تكررت أكثر من المشاهدات الأخرى (هناك بيانات تتميز بتعدد المنوال كما توجد بيانات منعدمة المنوال)

مثال تطبيقي: لتكن لدينا المشاهدات المتعلقة بالمتغيرات X ، Y ، Z و المطلوب هو تحديد المنوال بالنسبة لكل متغير

X	**2**	**4**	**4**	**3**	**1**	**7**	**9**	**4**
Y	**1**	**0**	**3**	**3**	**8**	**8**	**5**	**9**
Z	**11**	**4**	**5**	**7**	**8**	**2**	**1**	**6**

<u>حل المثال التطبيقي</u>

بالنسبة للمتغير X نلاحظ أن المنوال $M_0 = 4$ لان هذه القيمة تكررت ثلاث مرات أكثر من كل المشاهدات الأخرى

بالنسبة للمتغير Y نلاحظ وجود قيمتين هما 3 و8 تكرارهما **(2)** أكبر من تكرار المشاهدات الأخرى وبالتالي المتغير Y يتميز بتعدد المنوال حيث $M_{01} = 3$ **و** $M_{02} = 8$

بالنسبة للمتغير Z نلاحظ أنه لا توجد قيمة تكررت أكثر من القيم الأخرى وبالتالي يمكن القول ان المتغير Z منعدم المنوال

ب-**<u>حالة بيانات مبوبة (متغير متقطع):</u>**

في حالة بيانات مبوبة (متغير متقطع) المنوال هو عبارة عن المشاهدة التي يقابلها أكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري أو أكبر تكرار نسبي إذا كان جدول تكرار نسبي

مثال:

نأخذ معطيات المثال السابق المتعلق بعدد الأطفال في (*20*) أسرة و المطلوب هو تحديد المنوال :

xi	ni
0	3
1	5
2	6
3	4
4	1
5	1
	20

نلاحظ من خلال جدول التوزيع التكراري ان القيمة المقابلة لأكبر تكرار هي 2 وبالتالي المنوال هو $M_0 = 2$

ت- حالة بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر)

في حالة بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر) يتم تحديد المنوال وفق المراحل التالية:

الخطوة الأولى: تحديد الفئة المنوالية وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار

الخطوة الثانية: تحديد المنوال بتطبيق العلاقة التالية:

$$M_0 = L_0 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * K_{m0}\right)$$

حيث:

L_0 : الحد الأدنى للفئة المنوالية

Δ_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة السابقة لها

Δ_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة الموالية لها

K_{m0} : طول الفئة المنوالية

مثال تطبيقي

نأخذ معطيات المثال السابق المتعلق بالتوزيع التكراري لنقاط فوج من (30) طالب في مقياس الرياضيات والمطلوب هو حساب المنوال M_0

الفئات	ni
$[0-4[$	6
$[4-8[$	12
$[8-12[$	7
$[12-16[$	4
$[16-20[$	1
$\sum ni = 30$	

حل مثال تطبيقي

الفئة المنوالية هي الفئة $]8-4]$ لأنها الفئة المقابلة لأكبر تكرار 12

$$L_0 = 4 \quad , \Delta_1 = 12 - 6 = 6 \quad , \Delta_2 = 12 - 7 = 5 \, , K_{m0} = 4$$

$$M_0 = L_0 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * K_{m0}\right) = 4 + \left(\frac{6}{6+5} * 4\right)$$
$$= 6,18$$

$$M_0 = 6,18$$