المـــركز الجامعي أحمد زبـــانة غليـــزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية

سلسلة اعمال موجهة رقم 3

مقياس : إحصـــاء 1 سلسلة اعمال موجهة رقم 3 السنة الجامعية 2019 / 2020

التمرين الأول

لتكن لدينا السلسلة الإحصائية التي تمثل الأعداد التالية:

12 ،4 ،3 ،8 ،7 ،2

المطلوب:

- أحسب كل من المتوسط الحسابي، المتوسط الهندسي، المتوسط التربيعي والتوافقي؛
- قارن بين مختلف المتوسطات المتحصل عليها.

التمرين الثاني

الجدول التالي يوضح جدول التكرار النسبي لمدة اشتغال (60) جهاز الكتروني

الفئات	]40 – 20]	]60 – 40]	]80 – 60]	]100 – 80]	]120 – 100]
التكرار النسبي f_i	4α	3α	5α	6α	2α

المطلوب

1. أوجد قيمة العنصر الثابت α وأتمم جدول التكرار النسبي
2. استنتج الجدول التكراري المطلق، واحسب كل من التكرار المتجمع الصاعد والنازل ومراكز الفئات
3. أحسب الوسط الحسابي بطريقتين

التمرين الثالث

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لمتغير X حيث أن $\sum n_i = 16$

x_i	1	2	3	4	5
n_i	n_1	2	3	5	n_5

المطلوب: أتمم جدول التوزيع التكراري إذا علمت أن $(\bar{x} = 2,9375)$

التمرين الرابع:

- برهن أن: $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i$
- برهن أن: $\sum n_i (X_i - \bar{X}) = 0$
- ليكن لدينا التسلسل (X_i) و (Y_i) و (Z_i) حيث: $Y_i = aX_i + bZ_i + c \ ; \ \forall i = 1,n$
- a,b,c عبارة عن ثوابت:
- برهن أن: $\bar{Y} = a\bar{X} + b\bar{Z} + c$

مسؤول المقياس الأستاذ قـارة إبراهيم

حلول سلسلة أعمال موجهة رقم 03

حل التمرين الأول

أ) حساب المتوسط الحسابي $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{12+4+03+08+7+2}{6}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{36}{6} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 6}$$

ب) حساب المتوسط الهندسي G

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n}$$

$$\Rightarrow G = \sqrt[6]{12 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}$$

$$\Rightarrow G = (16128)^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow \boxed{G = 5;026}$$

الطريقة الثانية

$$\log G = \log\left(x_1 \cdot x_2 \cdots x_n\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\Rightarrow \log G = \frac{1}{n}\left[\log x_1 + \log x_2 \cdots x_n\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\log G = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \log x_i}$$

$$\Rightarrow \log G = \frac{1,0791 + 0,602 + 0,4771 + 0,903 + 0,8451 + 0,301}{6}$$

$$\Rightarrow \log G = 0,7012$$

$$\Rightarrow G = 10^{(0,7012)}$$

$$\Rightarrow \boxed{G = 5,025}$$

ج) حساب المتوسط التوافقي H

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \cdots \frac{1}{x_n}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{6}{\frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}}$$

$$H = \frac{6}{0,083 + 0,25 + 0,33 + 0,125 + 0,142 + 0,5}$$

$$\Rightarrow H = \frac{6}{1,43} \Rightarrow \boxed{H = 4,19}$$

د) حساب المتوسط التربيعي Q

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{12^2 + 4^2 + 3^2 + 8^2 + 7^2 + 2^2}{6}}$$

(1 نقطة)

التمرين الثاني (01) إحصاء

ج. جامعة أبو البواقي

مركز الزوج المتتالي

$$C_i = \frac{L_h + L_{h+1}}{2}$$

$N\downarrow$	$N\uparrow$	c_i	h_i	f_i	الفئات
60	12	30	12	0,2	[40-20]
48	21	50	09	0,15	[60-40]
39	36	70	15	0,25	[80-60]
24	54	90	18	0,3	[100-80]
06	60	110	06	0,1	[120-100]
		—	60	1	المجموع

3) حساب $\bar{X}$ بطريقتين

$c_i f_i$	$c_i h_i$
6	360
7,5	450
17,5	1050
27	1620
11	660
69	4140

$$\Rightarrow \Phi = \sqrt{\frac{144+16+9+64+49+4}{6}}$$

$$\Rightarrow \Phi = \sqrt{\frac{286}{6}}$$

$$\Rightarrow \Phi = \sqrt{47,66}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = 6,903}$$

* المقارنة بين المتوسطات

$$\boxed{H < G < \bar{X} < \Phi}$$

التمرين الثاني

1) حساب قيمة العدد الحقيقي k

نعلم أن: $\sum f_i = 1$

$$\Rightarrow 4q + 3q + 5q + 6q + 2q = 1$$

$$\Rightarrow 20q = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{q = \frac{1}{20}}$$

2) إنشاء جدول التوزيع التكراري المطلق، التكرار المجمع الصاعد، التكرار المجمع النازل ومركز الفئات c_i

تمرين 2 : (نقاط)

$\sum n_i = 16$

$\Rightarrow \sum n_i = n_1 + 2 + 3 + 5 + n_5$

$\Rightarrow n_1 + n_5 = 16 - (2+3+5)$

$\Rightarrow n_1 + n_5 = 16 - 10$

$\Rightarrow \boxed{n_1 + n_5 = 6}$

نجعل لدينا جملة معادلتين حيث:

$$\begin{cases} n_1 + 5n_5 = 14 \quad \cdots (1) \\ n_1 + n_5 = 6 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلة (2) من (1) نجد:

$4n_5 = 8 \Rightarrow \boxed{n_5 = 2}$

$n_1 = 6 - n_5 \Rightarrow n_1 = 6 - 2$

$\Rightarrow \boxed{n_1 = 4}$

x_i	1	2	3	4	5
n_i	4	2	3	5	2

1) $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot n_i}{\sum n_i}$

$\Rightarrow \bar{X} = \dfrac{4140}{60} \Rightarrow \boxed{\bar{X} = 69}$

2) الطريقة الثانية:

$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot f_i$

$\Rightarrow \bar{X} = 6 + 7,5 + 17,25 + 27 + 11$

$\Rightarrow \boxed{\bar{X} = 6,9}$

3) التمرين الثالث

$\bar{X} = 2,9375$

$n = 16$

ونعلم أن $\bar{X} = \dfrac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$

$\Rightarrow \bar{X} = \dfrac{n_1 + 4 + 9 + 20 + 5n_5}{16}$

$\Rightarrow 2,9375 = \dfrac{n_1 + 5n_5 + 33}{16}$

$\Rightarrow n_1 + 5n_5 + 33 = 16(2,9375)$

$\Rightarrow n_1 + 5n_5 + 33 = 47$

$\Rightarrow \boxed{n_1 + 5n_5 = 14} \quad \cdots (3)$

3 ن

التمرين الرابع

① نبرهن أن

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i n_i}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i n_i}{\sum n_i} = \sum x_i \left[\frac{n_i}{\sum n_i} \right] \quad ②$$

tel que $f_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$

بالتعويض في ② بـ ① نجد

$$\boxed{\sum \frac{x_i n_i}{\sum n_i} = \sum x_i f_i}$$

وهو المطلوب !!

③ نبرهن أن

$$\sum n_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum n_i (x_i - \bar{x}) = \sum n_i x_i - \sum n_i \bar{x}$$

نعوض ① في ①

$$\sum n_i x_i - \sum n_i \bar{x} \quad ①$$

نقسم ① على $\sum n_i$

$$\frac{\sum n_i x_i - \sum n_i \bar{x}}{\sum n_i}$$

$$= \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} - \frac{\sum n_i \bar{x}}{\sum n_i}$$

التمرين الثالث

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$\Rightarrow \bar{x} - \frac{\sum n_i \bar{x}}{\sum n_i} = \bar{x} - \bar{x}$$

$$\Rightarrow \bar{x} - \bar{x} = 0$$

وهو المطلوب

④ نبرهن أن

$$\bar{y} = a\bar{x} + b\bar{z} + c$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (a x_i + b z_i + c)}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a x_i + \sum_{i=1}^{n} b z_i + \sum_{i=1}^{n} c_i}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{a \sum x_i + b \sum z_i + nc}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = a \left(\frac{\sum x_i}{n} \right) + b \left(\frac{\sum z_i}{n} \right) + \frac{nc}{n}$$

$\bar{x}$ $\bar{z}$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{y} = a\bar{x} + b\bar{z} + c}$$

وهو المطلوب

KAMLA.B