التمرين الأول:

تنتج مؤسّسة نوعين من السّلع : الأول بسكويت والثاني شوكولاتة حيث :

يحتاج الأول 4 ساعات في قسم التصنيع و 2 ساعات في قسم التغليف أما الثاني فيحتاج 5 ساعات في قسم التصنيع و 3 ساعات في قسم التغليف.

يعمل في المصنع عمال بحجم 8 ساعات في قسم التصنيع و 6 ساعات في قسم التغليف.

يحقّق النوع الأول ربحا قدره 20 دج للوحدة الواحدة ويحقّق الثاني ربحا قدره 40 دج للوحدة

المطلوب:

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يسمح للمؤسسة بتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحلّ :

$$\text{Max } Z = 20X_1 + 40X_2$$

Soumise aux contraintes :

$4X_1 + 5X_2 \leq 8$ **قيد قسم التّصنيع**

$2X_1 + 3X_2 \leq 6$ **قيد قسم التّغليف**

$X_1, X_2 \geq 0$ **شرط عدم السّلبيّة**

التمرين الثاني :

تقوم شركة الأوراس للنجارة بإنتاج 3 أنواع من المنتجات : الكراسي، الطاولات و الخزائن و تقوم بيعها للمدارس. حيث تحقّق ربحا عن كلّ وحدة من : (الكراسي، الطاولات و الخزائن) قدره 350 ، 250 و 500 دج. عملية الإنتاج تستدعي مرور هذه المنتجات بثلاث ورشات.

يوضّح الجدول التالي الوقت الذّي يستغرقه كلّ منتوج في كلّ ورشة بالإضافة الى الطاقة المتاحة في كلّ قسم.

الورشات	المنتوج			مجموع ساعات العمل المتاحة في القسم
	الكراسي	الطاولات	الخزائن	
الورشة 1	4	5	3	420
الورشة 2	3	2	4	300
الورشة 3	6	3	5	240

المطلوب:

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية الذّي يسمح للمؤسسة بتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحلّ :

$$\text{Max } Z = 350X_1 + 250X_2 + 500X_3$$

Soumise aux contraintes :

$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 420$ **قيد الورشة 1**

قيد الورشة 2	$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 300$
قيد الورشة 3	$6X_1 + 3X_2 + 5X_3 \leq 240$
شرط عدم السّلبيّة	$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

التمرين الثالث :

تقوم مؤسسة المراعي بإنتاج منتجين اثنين: الحليب و العصائر، و ذلك في ظل القيود التي تفرضها الطاقة الإنتاجية و الطاقة التمويلية، و الجدول أدناه يوضح البيانات الخاصة بالمنتجين.

المنتجات	سعر بيع الوحدة	تكلفة الوحدة	عدد الساعات المطلوبة لإنتاج وحدة واحدة		
			القسم 1	القسم 2	القسم 3
الحليب	14	10	0,5	0,3	0,2
العصائر	11	8	0,3	0,4	0,1
الطاقة المتاحة بالأقسام	-	-	500	400	200

حيث أن المؤسسة تتوفر على مبلغ 30000دج، علما أنه يتم تخزين هذه المنتجات قبل تسويقها في مخزن طاقته الاستيعابية 300 وحدة، حيث أن الحجم التخزيني للعصائر ضعف الحليب .

المطلوب: بناء النموذج الرياضي لهذه المسألة.

الحلّ :

صياغة دالة الهدف:

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع الحليب+ الربح المترتب عن بيع العصائر

الربح الإجمالي للمؤسسة = $(14 - 10 = 4\ x_1) + (11 - 8 = 3\ x_2)$

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 4\ x_1 + 3\ x_2$$

قيد القسم الأول	$0.5\ x_1 + 0.3\ x_2 \leq 500$
قيد القسم الثاني	$0.3\ x_1 + 0.4\ x_2 \leq 400$
قيد القسم الثالث	$0.2\ x_1 + 0.1\ x_2 \leq 200$
قيد المبلغ المتاح	$10\ x_1 + 8\ x_2 \leq 30.000$
قيد التخزين	$x_1 + 2\ x_2 \leq 300$
قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى	$x_1 \geq 0$
قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية	$x_2 \geq 0$

التمرين الرابع :

تقوم مؤسّسة بإنتاج 4 أنواع من المنتجات P_1، P_2، P_3، P_4 باستخدام 3 موادّ أوليّة M_1، M_2، M_3 المعلومات المتعلقة بالمشكل موضوع الدراسة مبينة في الجدول أدناه:

المنتوج	المادة الأولية M_1	المادة الأولية M_2	المادة الأولية M_3	التكلفة
الأول P_1	10	3	3	150
الثاني P_2	7	4	4	200
الثالث P_3	5	3	2	350
الرابع P_4	5	2	2	250
الكمية المتاحة	60	50	40	

المطلوب: بناء النموذج الرياضي لهذه المسألة.

الحلّ :

$$\textbf{Min } Z = 150X_1 + 200X_2 + 350X_3 + 250X_4$$

Soumise aux contraintes :

$$10X_1 + 7X_2 + 5X_3 + 5X_4 \leq 60 \qquad \text{قيد المادّة الأوليّة } M_1$$

$$3X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 2X_4 \leq 50 \qquad \text{قيد المادّة الأوليّة } M_2$$

$$3X_1 + 4X_2 + 2X_3 + 2X_4 \leq 40 \qquad \text{قيد المادّة الأوليّة } M_3$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \qquad \text{شرط عدم السّلبيّة}$$

التمرين الخامس :

تقوم مؤسسة بإنتاج منتجين P_1، P_2. تستخدم المؤسسة مادّتين أوليّتين هما: *Mat-1*، *Mat-2* بكميات متفاوتة، بالإضافة إلى ذلك تستخدم المؤسسة آلتين: *Machine-1* ، *Machine-2*. المعلومات المتعلقة بالمشكل موضوع الدراسة مبينة في الجدول أدناه:

	Mat-1	***Mat-2***	***Machine-1***	***Machine-2***
المنتج P_1	01	05	02	00
المنتج P_2	01	06	01	03

المؤسسة لا تتوفر إلا على 400 وحدة من المادة الخام الأولى أما المادة الخام الأخرى فإنها تستجيب لأي برنامج إنتاجي. فيما يخص الطاقة القصوى للآلتين فهي على التوالي 600 و 900 ساعة، و حسب مدير المبيعات لهذه المؤسسة فإن هذه الأخيرة يجب عليها على الأقل إنتاج 150 وحدة من P_1، أما عن الربح المترتب عن المنتجين فهو على التوالي: 300 و 200 دج.

المطلوب :

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية الذّي يسمح للمؤسسة بتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحلّ :

$$Max\ Z = 300\ x_1 + 200\ x_2$$
$$Soumise\ aux\ contraintes$$

$x_1 + x_2 \leq 400$	المادة الأولية 01
$2\,x_1 + x_2 \leq 600$	الالة 01
$3\,x_2 \leq 900$	الالة 02
$x_1 \geq 150$	المنتج 01
$x_1 \geq 0$	قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى
$x_2 \geq 0$	قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية

التمرين السادس :

تقوم احدى الشركات بإنتاج أنواع مختلفة من الأسمدة الزراعية فاذا وردت الى الشركة طلبية للحصول على 24000 كغ من أسمدة معيّنة.

يتكون هذا النوع من الأسمدة من ثلاثة مركبات هي A، B، C والمواصفات المطلوبة لذلك السماد كما وردت في الطلبية مبيّنة كما يلي :

1. يجب أن يحتوي السماد على الأقل على 6000 كغ من المركب B
2. يجب أن لا يحتوي السماد على أكثر من 8000 كغ من المركب A
3. يجب أن يحتوي السماد على الأقل على 4000 كغ من المركب C

اذا علمت أن تكلفة الكيلوغرام الوحد من المركب A تساوي 4 دينار وتكلفة الكيلوغرام الواحد من المركب B تساوي 6 دينار وتكلفة الكيلوغرام الواحد من المركب C تساوي 5 دينار

المطلوب: بناء النموذج الرياضي لهذه المسألة.

الحلّ :

$$\text{Min } Z = 4A + 6B + 5C$$

$$\text{Soumise aux contraintes}$$

$$A + B + C = 24000$$

$$A \leq 8000$$

$$B \geq 6000$$

$$C \geq 4000$$

$$A, B, C \geq 0$$