مقدمة

إن التطور الحاصل في مختلف مجالات الحياة يتطلب التعامل مع التغيرات الحاصلة بأسلوب عملي قائم على أساس العلم والمنطق والتفكير الرشيد الذي يسبق اتخاذ القرارات المختلفة، وتواجه المؤسسات والشركات على اختلاف أنواعها تحديات كبيرة في عالم اليوم الذي يوصف بأنه " عصر المعرفة أو عصر المعلوماتية أو الاقتصاد الرقمي، لذا فإن المدراء ومتخذي القرارات فيها لابد وأن يتمتعوا بقدر كبير من الإلمام بالأساليب العلمية الحديثة وخصوصا الكمية منها لتساعدهم في مجالات اتخاذ القرارات المختلفة.

ويأتي علم بحوث العمليات ليوفر أساليب كثيرة يمكن تبنيها في حل كثير من المشكلات الإدارية خصوصا وأن هذا العلم كان قد نجح نجاحا باهرا عندما اعتمدت أساليبه في المجال العسكري أثناء الحرب العالمية الثانية، إن هذا العلم أصبح اليوم مادة دراسية في جميع المعاهد والجامعات في العالم وبدون استثناء على اختلاف تخصصاتها ، ونحن الآن في العالم النامي أحوج ما نكون إلى اللجوء إلى هذا العلم والاستعانة بأساليبه بغرض التعامل مع الكثير من مشاكلنا وحث الطلبة والعاملين على اعتماد الأساليب الكمية في بحوثهم لزيادة دقة النتائج التي يتوصلون إليها.

وإنجاز هذه المطبوعة رغبة منا في إغناء المكتبة الجامعية بموضوعات هذا العلم، وهي موجهة لطلبة الليسانس والماستر في ميدان العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية لمختلف الاختصاصات، وتتضمن هذه المطبوعة على فصول عديدة وقد تناول الفصل الأول المدخل إلى بحوث العمليات ومراحل التحليل الكمي، أما الفصل الثاني فقد تناول البرمجة الخطية مفهومها وكيفية صياغة النموذج الرياضي لها وطريقة الحل البياني، فقد ركز الفصل الثالث على معالجة مسائل البرمجة الخطية بعدة متغيرات باستخدام طريقة السمبليكس، وأوضح الفصل الرابع فكرة النموذج المقابل لنموذج البرمجة الخطية ومساهمته في إيجاد الحلول المثلى، أما الفصل الخامس فقد استمر مع البرمجة الخطية ولكنه انفرد بتوضيح فكرة نماذج النقل، وعرض الفصل السادس حالة خاصة من نماذج النقل ألا وهي نماذج التخصيص، أما الفصل السابع والأخير تحليل الحساسية (تحليل ما بعد الأمثلية).

الفصل الأول

مدخل إلى بحوث العمليات ومراحل التحليل الكمي

إن علم بحوث العمليات من العلوم التطبيقية الحديثة التي شاع استخدامها في المجالات المتعددة وخاصة في إدارة الأعمال، لهذا نحاول من خلال هذا الفصل إعطاء فكرة عن طبيعة ومفهوم بحوث العمليات، وتطورها ومجالات تطبيقها والعوامل التي ساعدت على تطور بحوث العمليات.

I- مفهوم بحوث العمليات:

اختلفت وجهات النظر وتباينت الآراء في إيجاد تعريف محدد لبحوث العمليات، فقد عرف دانتزيج (Dantzig) بحوث العمليات " **بأنها علم الادراة أي علم اتخاذ القرارات وتطبيقاتها** "[1]، ويعد هذا التعريف تعريفا شاملا ولا يقدم مفهوما واضحا لبحوث العمليات يميزها من غيرها من المصطلحات، فبحوث العمليات ليست علم اتخاذ القرارات وتطبيقها وإنما هي أدوات تستعمل مع غيرها من الأدوات الأخرى للمساعدة في اتخاذ القرارات.

إن الخاصية التي يتميز بها هذا العلم هو إعداد نموذج علمي وعملي لنظام معين يتضمن تحديد العوامل المؤثرة و التنبؤ ومقارنة النتائج لمساعدة الإدارة في قياس دقة النظام المستخدم وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة والسليمة[2].

أما مورس وكمبال (Morse and Kimblall) فقد عرفا بحوث العمليات " **بأنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي الذي يمكن الإدارة من اتخاذ القرارات** "، ومن هذا التعريف يمكن تحديد العناصر الرئيسة لبحوث العمليات على النحو الأتي[3]:

- استعمال الطريقة العلمية؛
- الاعتماد على الأساس الكمي، وذلك باستعمال أدوات بحوث العمليات وأساليبها؛
- يمكن الإدارة من اتخاذ قرارات أكثر موضوعية.

وعلى هذا الأساس يمكننا وضع تعريف محدد لبحوث العمليات على أنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي وباستعمال أدوات بحوث العمليات وأساليبها كالبرمجة الخطية والبرمجة العددية، والبرمجة غير الخطية والتحليل الشبكي،..... وذلك لتمكين الإدارة من اتخاذ قرارات أكثر موضوعية.

وهناك بعض التعريفات الأخرى الذي قدمها كبار المتخصصين بهذا العلم لتحديد مفهومه[4]:

---

[1]. حامد سعد نور الشمرتي: " **بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا**"، مكتبة الذاكرة، بغداد، 2010، ص 02.

[2]. فتحي خليل حمدان، رشيق رفيق مرعي، " **مقدمة في بحوث العمليات**"، دار وائل للنشر، ط 4، الأردن، 2004، ص 15.

[3]. حامد سعد نور الشمرتي: مرجع سابق، ص 02.

[4]. صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد:" **تطبيقات بحوث العمليات في الإدارة**"، إثراء للنشر والتوزيع، الأردن، ط1، 2009. ص 14.

- تعريف (Wagner): " **بحوث العمليات هي المدخل العلمي الذي تستخدمه الإدارة التنفيذية لحل المشاكل** "؛
- تعريف جمعية بحوث العمليات البريطانية: " **تطبيق الطرق العملية لحل مشاكل معقدة في إدارة نظم كبيرة تشتمل على أفراد والآلات ومواد و رأس مال في الصناعة والأعمال والحكومة والدفاع**"؛
- تعريف جمعية بحوث العمليات الأمريكية: " **أساليب تتعلق بكيفية اتخاذ قرار عملي لتصميم وتشغيل نظم (العاملين، الآلات) والتي عادة ما تتطلب تخصيص الموارد النادرة** "؛
- تعريف حمدي طه: " **حقل علمي جديد لصناعة القرار يتصف باستخدام المعرفة العلمية من خلال جهود فرق عمل تضم في عضويتها متخصصين بمختلف المعارف بغرض الاستخدام الأفضل للموارد المحدودة** "؛

خلاصة القول بعد استعراض هذه التعريفات المختلفة، فإننا نرى أنها جميعا تتمحور حول فكرة معينة يمكن أن تصاغ بالآتي كتعريف إجرائي لبحوث العمليات: " **أساليب كمية رياضية يعتمدها متخذو القرارات من المدراء على اختلاف مستوياتهم الإدارية لغرض حل المشاكل الإدارية المختلفة في المؤسسات والشركات بكافة أنواعها الصناعية والتجارية والزراعية والخدمات عن طريق تقييم للبدائل المختلفة بصيغة علمية وطريقة منهجية منظمة ومن ثم التوصل إلى حلول مثلى** ".

II- التطور التاريخي لبحوث العمليات:

نشأت بحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية واستخدمت للمرة الأولى أثناء الحرب العالمية الثانية في عام 1940 في المملكة المتحدة حيث عهدت الإدارة العسكرية في بريطانيا إلى فريق من العلماء والباحثين وذوي اختصاصات مختلفة مهمة دراسة العمليات المرتبطة بالدفاع الجوي والبري ودراسة المشاكل الإستراتيجية والتعرف على أفضل استخدام ممكن للمعدات الحربية المتاحة[1] .

فقد عمل فريق من العلماء المتخصصين في بحوث العمليات في استغلال الموارد المتاحة من القوى العاملة والمعدات للقوات البريطانية ضد العدوان ، ثم طورت هذه العلوم وطبقتها للاستفادة منها في بقية قطاعات الحياة المختلفة مما أدى بها إلى جني ثمار ما توصلت إليه من نتائج جيدة في كل قطاعات الحياة الاقتصادية " الصناعية والزراعية

[1]. دلال صادق الجواد ، حميد ناصر الفتال:" **بحوث العمليات**"، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الأردن ، 2008 ، ص 16 .

والخدمية "، مما حمل ببقية الدول الأخرى على الاهتمام بهذا العلم ومنها الولايات المتحدة الأمريكية التي هي الأخرى استفادت من تطبيقاته في قطاعات الحياة الأخرى بعد أن أسهمت في تطوير بقية الغازه ومواصلة اكتشافها [1].

وفي هذه الفترة أيضا ظهر الاهتمام بشكل جدي بدارسة النمو الاقتصادي لتلك البلدان وبذلك استخدمت " البرامج الخطية " التي تعد إحدى أساليب بحوث العمليات في تخصيص موارد أو طاقات محدودة للحصول على أهداف معينة، وفي الحقيقة لقد تم تطوير الأساليب الرياضية لتشمل ميادين واسعة من المتغيرات المؤثرة في المشاكل المدروسة. وبذلك ساعدت هذه الأساليب على حسن استخدام هذه الموارد للحصول على نتائج أفضل مما لو أضيفت موارد جديدة. ومما ساعد على حل المشاكل المعقدة تطور علوم الحاسب وظهور الحاسب الإلكتروني وتطوره السريع وتطور نظم تخزين المعلومات واستخدام الحاسبات على نطاق واسع إلى سرعة تطوير أساليب بحوث العمليات حيث أن النماذج الرياضية قد تكون نماذج معقدة غالبا وتتضمن عمليات حسابية كثيرة مما يعتذر حلها يدويا وبدون تطور هذه العلوم واستخدام الحاسبات ما أمكن تطبيق أساليب بحوث العمليات وتطويرها في شكلها الحالي حيث ساعدت الحاسبة في حل النماذج المعقدة في وقت قصير وبدقة.

وتهتم بحوث العمليات بدارسة مشاكل الأمثلية (optimization problems) التي تهدف إلى تعظيم أو تدنية دالة الهدف التي تمثل عدد محدد من المتغيرات (أو الدوال) بحيث تكون هذه المتغيرات مستقلة عن بعضها البعض أو مرتبطة ببعضها من خلال أحد أو مجموعة من القيود، لقد عرفت أساليب الأمثلية منذ 150 عام سبقت وطبقت في كثير من المجالات سواء الاقتصادية منها أو الهندسية أو الفيزياء. وقد أعطت النظرية الكلاسيكية في تحديد الأمثلية نتائج رائعة في مجال النظرية الكلاسيكية للإنتاج والاستهلاك. إلا أنه في الآونة الأخيرة ظهرت حالات مهمة في مجال تحديد الأمثلية في المجال الاقتصادي والعسكري والمالية العامة والتصنيع يصعب حلها في الأسلوب الكلاسيكي لتحديد الأمثلية مما أدى إلى تطوير هذه الأساليب ضمن ما يعرف في مشاكل البرمجة الرياضية التي تعد إحدى أساليب بحوث العمليات فظلا عن الأساليب الاحتمالية. وبذلك فهي تدور حول استخدام التحليل الكمي لمساعدة الإدارة على اتخاذ القرارات مستخدمة الأساليب الرياضية المتقدمة والأدوات العلمية

[1] . حامد سعد نور الشمرتي ، مرجع سابق. ص 01 .

لحل تلك المشاكل التي تتعلق بالعمليات الخاصة بأي نظام يهدف تقديم الحل الأمثل لهذه المشاكل[1].

III- أسباب ظهور بحوث العمليات ووظائفها:

يمكن إجمال أسباب ظهور وتطور أساليب بحوث العمليات واستخدامها على نطاق واسع اليوم بالآتي[2]:

- إن المدراء في عالم اليوم يحتاجون إلى وسائل تساعدهم في اتخاذ قرارات أكثر رشدا وعقلانية بعد أن تعقدت المشاكل وتضخمت وأصبحت متداخلة ومتشعبة، إن أسلوب الارتجال والحكم الشخصي لوحده لا يكفيان للتصدي لهذه المشاكل وحلها بطريقة فعالة، وأساليب بحوث العمليات تمثل أداة فاعلة في أيدي هؤلاء المدراء؛
- إن الرغبة في الوصول إلى حلول مثلى سواء كانت تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف يقتضي اعتماد أساليب علمية دقيقة، فليس بالإمكان اعتماد التجربة والخطأ في مجال الإنتاج والتوزيع وغيرها من العمليات حيث أن عالم اليوم لم يعد فيه متسع لاتخاذ قرارات غير صائبة ومن ثم تعديلها بدون تكاليف عالية، بعبارة أخرى يجب أن يكون القرار صائبا من أول مرة؛
- النجاح الباهر الذي تحقق في العمليات العسكرية أثناء الحرب العالمية الثانية وغيرها من الحروب في مجال اختيار الأسلحة المناسبة أو توزيع القطعات العسكرية والقيام بأعمال الدفاع المدني أثناء الحروب وكذا تطوير الأسلحة الجديدة، كل هذا شجع على تطبيق نفس الأساليب في الأعمال المدنية التي أعطت بدورها نتائج ممتازة؛
- التوسع الكبير في استخدام أجهزة الحاسوب التي تتسم بالسرعة العالية والدقة الأمر الذي أدى إلى حل النماذج التي تحتوي على معادلات معقدة وكثيرة المتغيرات، مما ساعد في توسع وازدياد التطبيقات لبحوث العمليات في حل المشاكل الإدارية. كذلك فإن تطوير البرمجيات الكثيرة التي تسهل كثيرا حل المشاكل المختلفة قد ساهم في تطوير المناهج المختلفة في هذا العلم ووفر وسيلة مساعدة للطلاب و الباحثين؛
- حاجة العلوم المختلفة الأخرى لأساليب بحوث العمليات فلا يوجد تخصص تقريبا إلا وتجد أن بعض هذه الأساليب على الأقل موجودة في مناهجه فالحاسوب والهندسة بكل

---

[1] . محمد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، احمد شهاب الحمداني: " **بحوث العمليات**"، دار وائل للنشر، ط2، الأردن، 2011، ص 12.

[2] . صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد، مرجع سابق. ص 16.

فروعها وإدارة الأعمال والرياضيات والإحصاء وغيرها من العلوم تعتبر بحوث العمليات واحدة من أهم موادها الدراسية؛

- التقدم التكنولوجي المتسارع؛
- تطور المنشآت الصغيرة وزيادة المنظمات الصناعية والزراعية والتجارية والإدارية والإجتماعية والحيوية الأخرى التي استخدمت التحليل الكمي لمعالجة الكثير من المشكلات التي واجهتها[1]؛
- إستمرار كثير من الباحثين في بحوثهم، وقد أدى ذلك إلى إبتكار الكثير من أساليب بحوث العمليات حيث إبتكر جورج دانتزج (Gearge Dantzig) طريقة السمبليكس لحل نموذج البرمجة الخطية في عام 1947 نتيجة استمراره في البحث.

يمكن أن نجمل الوظائف الرئيسية لأساليب بحوث العمليات في ميدان الأعمال كالآتي[2]:

- تسهيل عملية اتخاذ القرار ومساعدة المدراء ولكن ليس إحلال الحلول محلهم؛
- توفير حلول لمختلف المشاكل الإدارية؛
- تعتبر أداة فعالة في مجال البحث العلمي في ميادين الأعمال؛
- تساعد في تخصيص الموارد بشكل فاعل على الاحتياجات الكثيرة؛
- المساعدة في اختيار الاستراتيجيات المختلفة في الإنتاج والتسويق والتمويل؛
- المساعدة في تخفيض التكاليف في كثير من القرارات الإدارية؛
- يوفر أداة مهمة لدراسة ردود الفعل وتحليل الحساسية للكثير من القرارات المتخذة.

IV- شروط تطبيق بحوث العمليات:

إن اساليب بحوث العمليات كافة يمكن أن تطبق في مختلف المؤسسات الإنتاجية منها والخدمية، بشرط توفر على النحو الآتي[3]:

- **محدودية الموارد:**

وتعني أن الموارد التي تستعملها المؤسسة سواء كان ذلك في العملية الإنتاجية أم التجارية وما شابه ذلك تتصف بكونها محدودة الكمية من حيث توفرها وسهولة الحصول عليها، بمعنى أخر أن الموارد المتوفرة تحت تصرف المؤسسة لا يوجد منها كميات كبيرة إلى درجة بحيث يمكن الحصول عليها في أية لحظة ومن دون عناء وكلفة ، وينطبق هذا الشرط على: الموارد

---

[1]. جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري: " **بحوث العمليات والأساليب الكمية نظرية وتطبيق**"، دار جليس الزمان، عمان، 2008. ص 15.

[2]. صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد، مرجع سابق. ص 17.

[3]. حامد سعد نور الشمرتي، مرجع سابق، ص ص: 04-05.

المالية، الموارد البشرية ذات الكفاءة العالية، الموارد الأولية، مساحات الأراضي ذات الموصفات النادرة (يتواجد فيها النفط أو مناجم و الذهب ..).

- **تعدد البدائل:**

يقصد بهذا الشرط أن هناك أكثر من بديل أو طريقة يتم بموجبها استغلال المورد المتوفر، فعند الحديث عن المستلزمات الأساسية لعملية الإنتاج وبالتحديد عن المواد الأولية الداخلة في صنع المنتج، يعني هذا الشرط أن هناك أكثر من طريقة لاستغلال هذه المواد الأولية، ومن الجدير بالذكر هنا إن اختيار البديل الأفضل أو الأمثل يخضع لمعايير متعددة أهمها أن يحقق البديل أعلى الفوائد والمنافع أو اقل التكاليف والخسائر وهو ما يعرف بالبديل الأمثل.

V- المجالات التطبيقية لبحوث العمليات:

يوجد العديد من المجالات التطبيقية لبحوث العمليات في الكثير من النواحي الإقتصادية والصناعية والزراعية والتجارية ومن أهمها[1]:

- **الإدارة الصناعية:**

حين تتعامل المصانع مع الإنتاج فهناك مشكلتان تظهران وهما إما تعظيم الأرباح أو تقليل التكلفة ولحل هاتان المشكلتان نستخدم الأساليب الكمية في الحل ويتم تطبيق بحوث العمليات أيضا في تحديد كمية الإنتاج وزيادة الطاقة الإنتاجية والسيطرة على المحزون.

- **الإدارة العسكرية:**

تستخدم بحوث العمليات في هذه الناحية بحيث تحدد أفضل الطرق للنقل بأقل الخسائر الممكنة وأيضا وضع التكتيك الدفاعي الذي يعتمد على أسلوب البرمجة الخطية.

- **الإدارة الزراعية:**

تستخدم في التوزيع الأمثل للمياه على الأراضي الزراعية ومساعدة البلدان التي تقل فيها الموارد المائية في السيطرة على المخزون المائي وتوزيعه بشكل أفضل على السكان والزراعة والصناعة.

- **إدارة الخدمات:**

تستخدم بحوث العمليات في النواحي الخدمية مثل المستشفيات ووسائل النقل وبعض الدوائر الحكومية في صفوف الانتظار، وأيضا في تنظيم وصول القطارات والطائرات.

[1] . فتحي خليل حمدان:" **بحوث العمليات مع تطبيقات باستخدام الحاسوب**"، دار وائل للنشر، ط1، الأردن، 2010. ص ص: 18-19.

- **إدارة التسويق:**

تستخدم بحوث العمليات في التسويق بحيث نستطيع التنبؤ بالطلب عند مستويات المحزون المتدنية واختيار المنتج الذي يحقق أعلى عائد وفي تحديد الأساليب التسويقية للمنتجات.

- **الإدارة المالية:**

تطبق بحوث العمليات في الإدارة المالية لمساعدة المالي في نواحي عديدة منها التخطيط لزيادة أرباح المنظمة والتخطيط للمشروع وزيادة رأس المال بالإضافة إلى تحليل التدفق النقدي.

VI- مراحل التحليل الكمي:

تقوم المنهجية العلمية لبحوث العمليات في عملية اتخاذ القرارات على الخطوات التالية[1]:

- **تعريف المشكلة قيد البحث:**

أي أن يتم تعريف المشكلة الذي سيتحذ القرار فيها لأن ذلك يقود إلى الهدف الذي تسعى الإدارة لتحقيقه. فلو كانت المشكلة إنتاجية تتعلق بخط إنتاجي معين فإن الهدف هو تحديد أفضل كمية إنتاجية ستنتجم عن تشغيل هذا الخط بحيث تحقق الشركة أهدافها في الحصول على أعلى ربح ممكن أو تكلفة ممكنة. فتحديد وتشخيص المشكلة من المهام الأولى في عملية اتخاذ القرار الإداري.

- **بناء النموذج الرياضي:**

بعد الانتهاء من تحديد المشكلة موضوع القرار وبيان العلاقات المتداخلة فيها يتم وضع المشكلة بصيغة نماذج رياضية تمثل مكونات المشكلة المراد حلها، وتشتمل على متباينة الهدف المطلوب تحقيقه ومتباينات القيود الملازمة للمشكلة التي تحكم الإدارة في اتخاذ القرار.

- **حل النموذج:**

بعد صياغة النموذج الرياضي يتم حله لاستخراج النتائج الأولية وتحديد كونه أمثلا أم لا، فإذا لم يكن كذلك فالأمر يتطلب تطويره حتى الوصول إلى الحل الأمثل لأنه المحقق للأهداف المقترحة.

- **تطبيق وإعتماد النتائج:**

بعد الوصول إلى الحل الأمثل نظريا يتم تطبيق الحل الأمثل عمليا من خلال مجموعة الإجراءات والتعليمات الذي يقدمها متخذ القرار للعاملين للتقيد بها مراعيا توفر المهارات والمستلزمات الضرورية التي يتطلبها التنفيذ، ثم متابعة التنفيذ للتأكد من أن القرار المتخذ كان فعلا هو العلاج للمشكلة.

وبناء على ماسبق تحتاج المرحلة الأولى من مراحل الدراسة إلى تعريف واضح للمشكلة والتي تتحدد بثلاث خطوات رئيسية وعلى النحو الأتي[2]:

---

[1] . أكرم محمد عرفان المهتدي: " **الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية بحوث العمليات**"، دار صفاء للنشر والتوزيع، ط1، عمان، 2004، ص ص: 14-15.

[2] . حامد سعد نور الشمرتي، مرجع سابق، ص ص: 07-08.

- تحديد واضح للأهداف المراد تحقيقها من خلال الدراسة؛
- تحديد واضح للبدائل المتعلقة باتخاذ القرار؛
- تحديد واضح للمحددات أو المتطلبات اللازمة لتحقيق الأهداف.

أما المرحلة الثانية فتتطلب تحديد شكل النموذج المطلوب فإذا كان النموذج المقدر صياغته هو من صيغ النماذج الرياضية فيمكن اللجوء إلى موضوع البرمجة الخطية لدراسة المشكلة بينما إذا كانت الدراسة معقدة وكبيرة فمن الممكن اللجوء إلى نماذج المحاكاة التي تعد في هذه الحالة أكثر ملائمة.

أما المرحلة الثالثة والمتعلقة بإيجاد حل للنموذج المقترح (الحل هنا يعني إيجاد قيم المتغيرات للقرار) وهنا الحل يمثل النتيجة المثلى (Optimal) باستعمال نماذج الحل الأمثل.

أما المرحلة الرابعة فإنها تتعلق باختبار النتائج و يتم ذلك مثلا بمقارنة النتائج مع سلسلة زمنية سابقة لمتغيرات القرار التي يشملها النموذج أو بعض النتائج التاريخية، وبعدها يتم تطبيق النتائج التي تم التوصل إليها في الحياة العملية وتأخذ شكل التوجيهات أو التعليمات إلى الإدارات المختلفة للوصول إلى النتائج التي رسمت في المرحلة الأولى.

الفصل الثاني

البرمجة الخطية وطريقة الحل البياني

تعتبر البرمجة الخطية من المواضيع الأساسية والمهمة في بحوث العمليات وتكمن أهميتها في كونها وسيلة لدارسة سلوك عدد كبير من الأنظمة، يقدم نموذج البرمجة الخطية طريقة كفؤءة لتحديد القرار الأمثل (أو الاستراتيجية المثلى) من بين عدد كبير من البدائل، التي يخضع كل منها إلى مجموعة من المحددات والقيود، وبشكل يساهم بتحقيق أهداف الإدارة. وهي أداة بيانية ورياضية تهتم ببناء النماذج الرياضية لمشكلة من المشاكل بإحدى الطرق الآتية: طريقة البيانية، الطريقة المبسطة، طريقة النقل، طريقة التعين والتخصيص ....الخ.

I- مفهوم البرمجة الخطية:

تعد البرمجة الخطية إحدى الوسائل المهمة في حل كثير من المشاكل الإدارية والإقتصادية والعسكرية، وقد ازداد تطبيقها في الآونة الأخيرة نظرا للتقدم التكنولوجي الذي ساعد على تطوير الحسابات الالكترونية المستخدمة في حل مشاكل البرمجة. تم تطويرها وإستخدامها بصورة فعلية في سنة 1947 على يد العالم الرياضي جورج دانتزنغ (George Dantzing)، لحل بعض مشكلات التخطيط في السلاح الجو الأمريكي، في حين أن العالم الرياضي الفرنسي جين بابتستي فورير (Jean Baptise Fourier) قد تنبه لمساهماتها المحتملة في عام 1923. وقد كان أول استخدام أو تطبيق للبرمجة الخطية من قبل الإقتصادي جورج ستلجر (George Stigler) وذلك في بداية الأربعينات، حيث هدف إلى تحديد مكونات الغذاء اليومي (Diet) والتي ستزود الجسم بالحد الأدنى من احتياجاته من الفيتامينات والحديد والمواد الأخرى، وبأقل تكلفة ممكنة[1].

ويمكن تعريف البرمجة الخطية بأنها أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والإمكانيات المحدودة على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة، أي يكون توزيعها مثاليا[2].

إن تعبير **البرمجة** يعني وضع خطوات لحل مسألة أو موضوع ما لبلوغ وتحقيق هدف معين، أما تعبير **خطية** فيعني افتراض تغير الظاهرة التي نقوم بدراستها بصورة خطية (على شكل خط مستقيم) وكثيرا ما يستخدم هذا الافتراض لتقريب الواقع إلى صياغة رياضية سهلة.

ومما تجدر الإشارة إليه هو أن الغاية من تطبيق أسلوب البرمجة الخطية هي الوصول إلى حل نموذج البرمجة الخطية (ونموذج البرمجة الخطية هو عبارة عن مجموعة من المعادلات والمتباينات بالإضافة إلى دالة الهدف)[3]، ولا تنسى أن لكل مجموعة من المعادلات حلا، وعادة ما تكون للمعادلات

---

[1] . جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري، مرجع سابق، ص 25.

[2]. عبد الرسول عبد الرزاق الموسوي: " **المدخل لبحوث العمليات**"، دار وائل للنشر، الأردن، 2001، ص 21.

[3] - Gérald Baillargeon ,"**Programmation linéaire appliquée** ", les édition SMG ,Québec , Canada,1996 .p 05 .

الآنية حلول أي إيجاد قيم المتغيرات، وفي حالة حل نموذج البرمجة الخطية دائما نسعى إلى إيجاد الحل الأمثل وتكون الحلول على ثلاث أنواع [1]:

- **الحل:** وهو حل ممكن الوصول إليه في أية مجموعة من المعادلات.
- **الحل الممكن:** وهو الحل الذي يمكن إيجاده بعد التوصل إلى الحل في الحالة الأولى وهذا الحل يحقق القيود كافة بشكل عام.
- **الحل الأمثل:** وهو الحل الذي يمكن إيجاده بعد التوصل إلى الحل الممكن، وهذا الحل يحقق القيود كافة بوجود دالة الهدف.

وبهذا الصدد يجب التأكد من أن الحل الممكن لا يتحقق بعد وجود الحل، ولا يمكن تحقيق الحل الأمثل إلا بعد أن يتحقق الحل الممكن.

II- متطلبات وفروض نموذج البرمجة الخطية:

II-1- متطلبات استخدام البرمجة الخطية:

تتطلب مشكلة البرمجة الخطية خمس خصائص أساسية هي[2]:

- **تحديد الهدف:** أي ما تسعى لتحقيقه وهو إما زيادة الأرباح أو تقليل الكلفة، معبر عنه بصيغة رياضية يطلق عليها دالة الهدف وتصاغ دالة الهدف بالشكل التالي:

حالة تعظيم : $Max\ (Z) = 2x + 3y$

حالة تدنئة : $Min\ (Z) = 2x + 3y$

- **توفير عدد من البدائل:** تستخدم البرمجة الخطية عندما تكون لدينا بدائل لحل المشكلة فإذا كان هناك بديل واحد لحل المشكلة إذاً لا داعي لاستخدام البرمجة الخطية؛
- **محدودية الموارد:** نحتاج لاستخدام البرمجة الخطية عندما تكون الموارد محددة (نادرة) كالموارد البشرية، أو المواد، أو ساعات اشتغال الآلات.وهي بمثابة شروط لتحقيق الهدف، فإذا كان لدينا 300 ساعة في القسم الأول وكنا نحتاج لساعتين لإنتاج المنتوج الأول وثلاثة ساعات لإنتاج المنتوج الثاني فيعبر عن المشكلة كآلاتي:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 300$$

---

[1] . حامد سعد نور الشمرتي، مرجع سابق، ص 10.

[2] . محمد دباس الحميد، محمد العزاوي: " **الأساليب الكمية في العلوم الإدارية**"، دار اليازوري، الأردن، 2013. ص ص: 09-10.

- **وجود علاقة خطية:** الخطية في البرمجة يجب أن تتوفر في دالة الهدف وفي القيود (الموارد)، بحيث أن أي تغير في كميات الإنتاج يؤدي إلى زيادة الأرباح أو تقليل التكليف بشكل خطي (طردي) مع زيادة كمية الإنتاج، وكذلك الموارد تستنفذ بشكل خطي مع زيادة كمية الإنتاج؛
- **القيود غير السالبة:** إن هذا الشرط يلبي إحدى فرضيات البرمجة الخطية وهو شرط عدم السلبية. ولذلك لا يمكن أن يكون أحد القيود ينتج متغيرات سالبة كما يلي:

$$2x_1 + 3x_2 \leq -300$$

II-2- فروض نموذج البرمجة الخطية:

تمثل الافتراضات، الشروط العلمية الواجب توفرها في المشكلة حتى نستطيع حلها بواسطة البرمجة الخطية، أو هي المتطلبات الفنية لمشكلة البرمجة الخطية وهي[1]:

- يفترض النموذج إمكانية النسبة و التناسب في كل مكوناته (دالة الهدف والقيود الفنية)؛
- تحقيق خاصية الجمع التي تعني أن القيمة الكلية لأي مؤشر ما هي إلا حاصل جمع قيمه الجزئية؛
- يعالج نموذج البرمجة الخطية الحالات المتصفة بالتأكد التام، وهذا يعني أن القيم التي تأخذها مؤشرات النموذج هي كلها قيم محددة ومعروفة ولا يطرأ عليها تغيير خلال فترة الدراسة.

وهناك فروض أخرى منها ما يلي[2]:

- **الخطية:** يشترط ان تكون العلاقة في دالة الهدف والقيود علاقة خطية؛
- **المحدودية:** محدودية الموارد والأنشطة، أي أن هناك ندرة فيها وأنه لا يوجد عدد نهائي من الأنشطة البديلة والموارد المتاحة؛
- **عدم السلبية:** عدم إمكانية أن يكون حجم النشاط سالبا؛
- **الاستقلالية:** أن اختيار أي نشاط لا يستلزم بالضرورة اختيار نشاط آخر، أي استقلالية عناصر الإنتاج؛

III- مجالات استخدام البرمجة الخطية:

تستخدم البرمجة الخطية في كل المسائل الإقتصادية التي تهدف إلى البحث عن قيم المتغيرات الإقتصادية بهدف إيجاد أمثلية الاستخدام في وجود مجموعة من القيود المالية أو التقنية أو هما معا.

---

[1] . مكيد علي: " **بحوث العمليات وتطبيقاتها الاقتصادية دروس ومسائل محلولة**"، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2015. ص 10.

[2] . محمد دباس الحميد، محمد العزاوي، مرجع سابق، ص ص: 08-09 .

ومن المواضيع التي تستخدم فيها البرمجة الخطية هي مجالات العلوم الإقتصادية والمالية والتجارية وعلوم التسيير عامة كما يلي[1]:

- **في حالة التعظيم:**
  - ✓ تعظيم الأرباح؛
  - ✓ تعظيم الإنتاج؛
  - ✓ تعظيم طاقات التخزين؛
  - ✓ تعظيم إستخدام رؤوس الأموال؛
  - ✓ تعظيم إستخدام اليد العاملة.

وغير ذلك من المسائل الواقعية التي يكون هدفها التعظيم.

- **في حالة التدنئة:**
  - ✓ تدنئة التكاليف؛
  - ✓ تدنئة الخسائر؛
  - ✓ تدنئة عدد الموظفين؛
  - ✓ تدنئة الأجور الإجمالية.

كما تستخدم في الكثير من مجالات الإدارة وغير ذلك من المسائل الهادفة إلى عقلنة استخدام الموارد.

وللبرمجة الخطية تطبيقات عديدة ظهرت وما تزال تظهر كل يوم لحل الكثير من المشكلات في عالم الأعمال منها[2]:

- **التطبيقات التسويقية:** مثل اختيار وسائط الإعلانات، وبحوث التسويق؛
- **التطبيقات المالية:** مثل التخطيط المالي، تحليل الأوراق والأسهم المالية، أو اختيار المحفظة الاستثمارية؛
- **تطبيقات إدارة الإنتاج:** مثل الإنتاج المختلط (المزيج الإنتاجي)، تخطيط الإنتاج، النقل والتخصيص، أو قرار الشراء أو الصنع.
- **مشاكل المزج؛**
- **مشاكل تخطيط المشروعات.**

وغيرها من التطبيقات التي كان للبرمجة الخطية فيها دوراً بارزاً في مساندة صانعي القرارات في منظمات الأعمال من أجل حل المشكلات التي يواجهونها في المنظمة.

---

[1] . راتول محمد: " **بحوث العمليات** "، ديوان المطبوعات الجامعية، ط2، الجزائر، 2006.

[2] . جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري، مرجع سابق، ص 27.

IV- صياغة أو بناء نموذج البرمجة الخطية:

إن صياغة مشكلة إدارية معينة بشكل مسألة برمجة خطية تقتضي كما أشرنا سابقا تطوير نموذج رياضي يمثل الحالة أو المشكلة الإدارية، وبهذا فإنه يجب فهم الموقف الإداري أو المشكلة فهما دقيقاً وهي الخطوة الأولى لحلها، إن صياغة نموذج البرمجة الخطية يمكن أن تجمل خطواته بالآتي:

- ✓ الفهم الكامل والدقيق للمشكلة الإدارية التي يواجهها المدير؛
- ✓ تشخيص دالة الهدف والقيود المحددة؛
- ✓ تحديد متغيرات القرار؛
- ✓ استخدام متغيرات القرار في كتابة العبرات الرياضية لكل من دالة الهدف والقيود.

IV-1- صياغة النموذج الرياضي للبرمجة الخطية:

من اجل صياغة نموذج البرمجة الخطية يجب توفر ثلاث مجموعات من العناصر الأساسية وهي:

- **تحديد الهدف بصورة كمية:**

ويعبر عنه بدالة الهدف وهي عبارة عند الدالة المطلوب تعظيمها أو تدنيتها وهي عادة ما تكون في صورة نقدية أو طبيعية ويتوقف ذلك على طبيعة المشكلة المطلوبة تحليلها ويجب أن يكون بالإمكان التعبير عن الهدف كمياً كأن يكون الهدف تحقيق اكبر ما يمكن من الربح أو تأمين اصغر ما يمكن من الكلفة أو توفير أعظم ما يمكن من الوقت والجهد؛

- **تحديد القيود:**

يجب أن تكون الموارد المتاحة محددة، كما يجب أن تكون تلك الموارد قابلة للقياس ويتم التعبير عنها بصيغة رياضية على شكل متراجحات أو معادلات، أو خليط منها وتسمى بالقيود الهيكلية؛

- **شرط عدم السلبية:**

إذ يجب أن تكون المتغيرات القرارية في المشكلة قيد الدراسة متغيرات موجبة أو صفرية وغير سالبة.

ويمكن وضع الصيغة العامة للبرمجة الخطية كالآتي[1]:

$$Max_or_Min(z) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$Subject_to$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j (\leq, =, \geq) b_i \qquad (i = 1,2,.....,m)$$

$$x_j \geq 0 \qquad (j = 1,2,.....,n)$$

إذ أن: a_{ij}, b_i, c_j ثوابت تحدد من سياق المشكلة؛

[1] . محمد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، احمد شهاب الحمداني، مرجع سابق، ص 20.

Z : تمثل دالة الهدف؛

X_j: المتغيرات المطلوب اتخاذ القرار بحقها؛

b_i: تمثل الموارد المحددة؛

a_{ij}: كمية الموارد المحددة من النوع i واللازم تخصيصها لكل وحدة واحدة من النشاط أو الفعالية j.

C_j: تمثل الربح أو الكلفة نتيجة تخصيص المورد i لإنتاج وحدة واحدة من النشاط أو الفعالية j.

IV-2- تركيب نموذج البرمجة الخطية:

وتعد مرحلة تركيب النموذج من أهم مراحل البرمجة الخطية إذ تعد مرحلة عملية أكثر منها فنية وتعتمد على خبرة الباحث ومقدرته على صياغة المشاكل بشكل نموذج برمجة خطية، ولتوضيح هذه المرحلة سنورد المثال الآتي:

مثال رقم (01): تنتج إحدى الشركات نوعين من السلع، نوع A ونوع B، تصنع كل سلعة على ثلاث مراحل كل مرحلة في احد الأقسام الثلاثة الموجودة في الشركة، فإذا كان تصنيع السلعة A يحتاج إلى ساعتين عمل في القسم الأول وساعة عمل في القسم الثاني وأربع ساعات عمل في القسم الثالث ويحتاج تصنيع السلعة B إلى ساعتين عمل في كل قسم كما أن عدد ساعات العمل المتاحة في القسم الأول هي 160 ساعة عمل أسبوعيا وفي القسم الثاني 120 ساعة عمل أسبوعيا وفي القسم الثالث 280 ساعة عمل أسبوعيا وإذا كان ربح الوحدة الواحدة من السلعة A هو 2 دينار ومن السلعة B هو 3 دينار.

المطلوب: نموذج برمجة خطية لتحديد حجم الإنتاج الأمثل من السلعتين إذا كان هدف الشركة هو الحصول على أكبر ربح ممكن.

الحل: لتسهيل فهم المشكلة نضعها على شكل جدول (هذه الخطوة في التمارين الأولى لتعلم الحل بسهولة).

السلعة	الوقت اللازم للتصنيع			ربح الوحدة بالدينار
	القسم الأول	القسم الثاني	القسم الثالث	
A	2	1	4	**2**
B	2	2	2	**3**
ساعات العمل المتاحة	**160**	**120**	**280**	

تكوين النموذج:

- ✓ تحديد المتغيرات المجهولة والتعبير عنها برموز جبرية، ولذلك:

نفرض عدد الوحدات المنتجة من السلعة A هو X_1 .

نفرض عدد الوحدات المنتجة من السلعة B هو X_2 .

- ✓ تحديد القيود والتعبير عنها بمعادلات أو متراجحات أو خليط منها:

والقيود هنا هي أن الوقت اللازم للتصنيع في كل قسم محدود ويجب أن نتجنب تجاوز هذا الحد، لاحظ أن الوقت اللازم للتصنيع يتوقف على الكمية المنتجة من السلعة A و السلعة B.

بالنسبة للقسم الأول: الوقت اللازم للتصنيع (المتاح) = (عدد الوحدات المنتجة من السلعة A)* (الوقت اللازم لتصنيع الوحدة الواحدة من السلعة A)+ (عدد الوحدات المنتجة من السلعةB)* (الوقت اللازم لتصنيع الوحدة الواحدة من السلعة B)، ويجب أن لا يتجاوز عدد الساعات العمل المتاحة في القسم الأول وكما في المتراجحة الآتية:

$$2x_1 + 2x_2 \leq 160$$

وبنفس الطريقة بالنسبة للقسمين الثاني والثالث أيضا وكما في المتراجحات الآتية:

بالنسبة للقسم الثاني:

$$x_1 + 2x_2 \leq 120$$

بالنسبة للقسم الثالث:

$$4x_1 + 2x_2 \leq 280$$

ولأن عدد الوحدات المنتجة لا يمكن أن يكون سالبا، وعلى النحو الآتي:

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

✓ تحديد دالة الهدف:

$$z = 2x_1 + 3x_2$$

وتهدف إلى انتاج الكميات المثلى من x_1, x_2 التي تجعل دالة الهدف Z اكبر ما يمكن Maximize ودائما تختصر بـ Max

البرنامج الخطي:

$$Max(z) = 2x_1 + 3x_2$$

$$s/c$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 160 \\ x_1 + 2x_2 \leq 120 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 280 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$