وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة أحمد زبانة -غليزان
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
السنة الثانية ليسانس علوم تجارية
مقياس رياضيات المؤسسة
أستاذ المقياس: رفافة عبد العزيز

السنة الجامعية 2021-2022

تمرين توضيحي في المحاضرة: (طريقة السمبلكس)

$$[M\ ax]Z = 2x_1 + 4x_2$$
$$S/c$$
$$2x_1 + 4x_2 \le 8$$
$$3x_1 + 6x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

1–تحويل البرنامج الى الشكل القياسي: نحول القيدود الى معادلات لتضاف اليها المتغيرات المتممة (الراكدة) و/أو الاصطناعية:

1- إذا كان القيد من الشكل $\le$ يتم إضافة متغير **متمم** (**S+**) لكي **تتوازن** المعادلة في المساواة.

2- إذا كان القيد من الشكل $\ge$ يتم طرح متغير **متمم** S_i **لتتوازن** المعادلة ثم اضافة متغير **اصطناعي** (**A+ S−**) لنحصل على حل ابتدائي أساسي ممكن **موجب**.

3- إذا كان القيد من الشكل = يتم اضافة متغير **اصطناعي** (**A+**) لنحصل على حل منطقي ابتدائي أساسي ممكن.

الشكل القياسي:

$$[Max]Z = 2x_1 + 4x_2 + 0s_1 + 0s_2$$
$$S/c$$
$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 8$$
$$3x_1 + 6x_2 + s_2 = 12$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0$$

2–إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن: نفترض أن متغيرات الإنتاج معدومة: $x_1 = x_2 = 0$

$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 8 \Rightarrow \boxed{s_1} = \boxed{8}$$
$$3x_1 + 6x_2 + s_2 = 12 \Rightarrow \boxed{s_2} = \boxed{12}$$

الكتابة المصفوفاتية للنموذج: لا تشترط في الحل لكن تساعد على فهم تحويل مصفوفة القيود الى الجدول الأول للسمبلكس:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

3-اعداد الجدول الأول للسمبلكس:

يتم اعداد الجدول الأول للسمبلكس من خلال تحويل وترتيب بيانات النموذج الخطي كما يلي:

B : المتغيرات الأساسية غير المعدومة. (تبدأ بمتغيرات الحل الابتدائي الممكن وتتغير خلال تغيير الجدول)

$\mathbf{C_B}$: معاملات المتغيرات الأساسية في دالة الهدف Z

$\mathbf{X_B}$: الحل الذي يقابل المتغيرات

$\mathbf{C_j}$: معاملات المتغيرات في دالة الهدف

$X_B/\mathbf{x_i}$: هذه النسبة تحدد المتغير الخارج حيث يتم اختيار أقل نسبة موجبة

Z_j: يتم حسابها بضرب الشعاع C_B في العمود المقابل لكل قيمة.

C_j-Z_j : في كل عمود يتم طرح قيمة Z_j من C_j

الخطوة-1		C_j	2	4	0	0	
المتغيرات الأساسية B	CB المعاملات	XB الحل	x_1	x_2	S_1	S_2	أقل نسبة موجبة X_B/x_2
S_1	0	8	2	(4)	1	0	$8/4=2 \rightarrow$
S_2	0	12	3	6	0	1	$12/6=2$
$Z=0$		Z_j	**0**	**0**	**0**	**0**	
		C_j-Z_j	2	$4\uparrow$	0	0	

تحديد المتغير الداخل: أكبر قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Max) هي 4 المقابلة لعمود المتغير x_2. اذن x_2 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة X_B/x_i في حالة (Max أو Min) هي 2 (في هذه الحالة متساوية بين السطرين) لذلك يمكننا الاختيار بينهم. لنختار المتغير الخارج S_1

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي 4

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: Row =R = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R1$(جديد)=$R1$(قديم)÷4

$R1$(قديم) =	8	2	4	1	0
$R1$(جديد)=$R1$(قديم)÷4	2	1/2	1	1/4	0

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد= السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم]**

R2 (جديد) = R2(قديم) – [6 × R1(جديد)]

$R2$(جديد)=$R2$(قديم) - 6$R1$(جديد)

$R2$(قديم) =	12	3	6	0	1
$R1$(جديد) =	2	1/2	1	1/4	0
6×$R1$(جديد) =	12	3	6	3/2	0
$R2$(جديد)=$R2$(قديم) - 6$R1$(جديد)	0	0	0	-3/2	1

2-الخطوة		*Cj*	2	4	0	0	
***B*المتغيرات الأساسية**	***CB*** المعاملات	***XB*** الحل	x_1	x_2	S_1	S_2	**أقل نسبة موجبة** X_B/x_2
x2	4	2	1/2	1	1/4	0	
S2	0	0	0	0	-3/2	1	
***Z*=8**		***Zj***	**2**	**4**	**1**	**0**	
		Cj-Zj	0	0	-1	0	

كل قيم C_j-Z_j أقل أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة التعظيم) $c_j - z_j \leq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 8,\ X_1 = 0,\ X_2 = 2,\ S_1 = 0,\ S_2 = 0$

شرط الأمثلية: في كل مرة ننتهي من اعداد جدول السمبلكس، نتحقق من توفر شرطي الأمثلية لـ: Dantzig

1– كل قيم $c_j - z_j \leq 0$. في حالة Max أو $c_j - z_j \geq 0$ في حالة Min

2– $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

تمرين الأعمال الموجهة:

$$
\begin{aligned}
&[Max]Z = 5x_1 + 8x_2 \\
&S/c \\
&3x_1 + 5x_2 \le 15 \\
&4x_1 + 6x_2 \le 12 \\
&x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

1–تحويل البرنامج الى الشكل القياسي: نحول القيدود الى معادلات لتضاف اليها المتغيرات المتممة (الراكدة) و/أو الاصطناعية:

1- إذا كان القيد من الشكل $\le$ يتم إضافة متغير **متمم** S_i لكي **تتوازن** المعادلة في المساواة. $(+S)$

2- إذا كان القيد من الشكل $\ge$ يتم طرح متغير **متمم** S_i **لتتوازن** المعادلة ثم اضافة متغير **اصطناعي** A_i لنحصل على حل ابتدائي أساسي **ممكن موجب**.$(+S-A)$

3- إذا كان القيد من الشكل = يتم اضافة متغير اصطناعي A_i لنحصل على حل منطقي ابتدائي أساسي **ممكن**.$(+A)$

الشكل القياسي:

$$
\begin{aligned}
&[Max]Z = 5x_1 + 8x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\
&S/c \\
&3x_1 + 5x_2 + s_1 = 15 \\
&4x_1 + 6x_2 + s_2 = 12 \\
&x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

2–إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن: نفترض أن متغيرات الإنتاج معدومة: $x_1 = x_2 = 0$

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 5x_2 + s_1 = \boxed{15} \Rightarrow \boxed{s_1} = 15 \\
4x_1 + 6x_2 + s_2 = \boxed{12} \Rightarrow \boxed{s_2} = 12
\end{aligned}
$$

الكتابة المصفوفاتية للنموذج: لا تشترط في الحل لكن تساعد على فهم تحويل مصفوفة القيود الى الجدول الأول للسمبلكس:

$$
\left(\boxed{\begin{matrix} 3 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 1 \end{matrix}}\right) \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix}
$$

3–اعداد الجدول الأول للسمبلكس:

يتم اعداد الجدول الأول للسمبلكس من خلال تحويل وترتيب بيانات النموذج الخطي كما يلي:

B : المتغيرات الأساسية غير المعدومة. (تبدأ بمتغيرات الحل الابتدائي الممكن وتتغير خلال تغيير الجدول)

$\mathbf{C_B}$: معاملات المتغيرات الأساسية في دالة الهدف Z

$\mathbf{X_B}$: الحل الذي يقابل المتغيرات

C_j: معاملات المتغيرات في دالة الهدف

X_B/x_i . هذه النسبة تحدد المتغير الخارج حيث يتم اختيار أقل نسبة موجبة

***Z_j*:** يتم حسابها بضرب الشعاع C_B في العمود المقابل لكل قيمة.

***C_j-Z_j* :** في كل عمود يتم طرح قيمة Z_j من C_j

1-الجدول		*Cj*	5	8	0	0	
***B*المتغيرات الأساسية**	***CB*** المعاملات	***XB*** الحل	x_1	x_2	S_1	S_2	**أقل نسبة موجبة** X_B/x_2
*S*1	0	15	3	5	1	0	15/5=3
S2	0	12	4	(6)	0	1	12/6=2→
***Z*=0**		***Zj***	**0**	**0**	**0**	**0**	
		Cj-Zj	5	8↑	0	0	

تحديد المتغير الداخل: أكبر قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Max) هي 8 المقابلة لعمود المتغير x_2. اذن x_2 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة X_B/x_i في حالة (Max أو Min) هي 2 (في هذه الحالة متساوية بين السطرين) لذلك يمكننا الاختيار بينهم. لنختار المتغير الخارج S_2

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي 6

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: Row =R = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R2$(جديد)$=R2$(قديم)$\div 6$

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد=السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم**]

R2 (جدي) = R2(قديم) – [5 × R1(جديد)]

$R1$(جدي)$=R1$(قدم) $- 5R2$(جديد)

2-الجدول		Cj	5	8	0	0	
***B*المتغيرات الأساسية**	***CB*** **المعاملات**	***XB*** **الحل**	x_1	x_2	S_1	S_2	**أقل نسبة موجبة** X_B/x_2
$S1$	0	5	-1/3	0	1	-5/6	
$x2$	8	2	2/3	1	0	1/6	
***Z*=16**		***Zj***	**16/3**	**8**	**0**	**4/3**	
		Cj-Zj	-1/3	0	0	-4/3	

كل قيم C_j-Z_j أقل أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة التعظيم) $c_j - z_j \leq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 16,\ X_1 = 0,\ X_2 = 2,\ S_1 = 5,\ S_2 = 0$

التفسير الاقتصادي: على المؤسسة انتاج وحدتين من x_2 وعدم انتاج أي وحدة من x_1 لتحقيق أكبر ربح قدره 16 و.ن، وذلك باستخدام 10 وحدات فقط من المورد المتاح في القيد S1. لأن 5 وحدات منه لم تستغل.

شرط الأمثلية: في كل مرة ننتهي من اعداد جدول السمبلكس، نتحقق من توفر شرطي الأمثلية لـ: Dantzig

1- كل قيم $c_j - z_j \leq 0$. في حالة Max أو $c_j - z_j \geq 0$ في حالة Min

2- $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

تمرين 2:

$$
\begin{aligned}
&[Min]Z = 3x_1 + 5x_2 \\
&S/c \\
&x_1 + 3x_2 \leq 6 \\
&2x_1 + 4x_2 \geq 8 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

1-تحويل البرنامج الى الشكل القياسي: نحول القيدود الى معادلات لتضاف اليها المتغيرات المتممة (الراكدة) و/أو الاصطناعية:

$$
\begin{aligned}
&[Min]Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 \\
&S/c \\
&X_1 + 3X_2 + S_1 = 6 \\
&2X_1 + 4X_2 - S_2 + A_1 = 8 \\
&X_1, X_2, S_1, S_2, A_1 \geq 0
\end{aligned}
$$

إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن: نفترض أن الإنتاج معدوم، لذلك $x_1 = x_2 = S_2 = 0$

$$X_1 + 3X_2 \quad + S_1 = 6 \qquad \Rightarrow S_1 = 6$$

$$2X_1 + 4X_2 - S_2 + A_1 = 8 \Rightarrow A_1 = 8$$

الخطوة-1		Cj	3	5	0	0	M	
B	***CB***	***XB***	***x1***	***x2***	***S1***	***S2***	***A1***	النسبة ***XBx2***
$S1$	0	6	1	3	1	0	0	6/3=2
$A1$	M	8	2	(**4**)	0	-1	1	8/4=2→
Z=8M		***Zj***	**2*M***	**4*M***	**0**	**-*M***	***M***	
		$Cj-Zj$	$-2M+3$	$-4M+5$↑	0	M	0	

تحديد المتغير الداخل: أقل قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Min) هي $-4M+5$ المقابلة لعمود المتغير x_2. اذن x_2 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة في X_B/x_i في حالة (Max أو Min) هي 2 (في هذه الحالة متساوية بين السطرين) هنا الأسبقية دائما لخروج المتغير الاصطناعي A_1

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي 4

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: Row =R = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R2_{(جديد)} = R2_{(قديم)} \div 4$

$R2_{(قديم)}$ =	8	2	4	0	-1
$R2_{(جديد)} = R2_{(قديم)} \div 4$	2	1/2	1	0	-1/4

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد= السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم]**

R2 (جديد) = R2(قديم) – [3 × R1(جديد)]

$R1$(جديد)=$R1$(قديم) - $3R2$(جديد)

$R1$(قديم) =	6	1	3	1	0
$R2$(جديد) =	2	1/2	1	0	-1/4
$3\times R2$(جديد) =	6	3/2	3	0	-3/4
$R1$(جديد)=$R1$(قديم) - $3R2$(جديد)	0	-1/2	0	1	3/4

2-الخطوة		*Cj*	3	5	0	0	
B	***CB***	***XB***	***x*1**	***x*2**	***S*1**	***S*2**	**النسبة**
*S*1	0	0	-1/2	0	1	3/4	
*x*2	5	2	1/2	1	0	-1/4	
***Z*=10**		***Zj***	**5/2**	**5**	**0**	**-5/4**	
		Cj-Zj	1/2	0	0	5/4	

كل قيم C_j-Z_j أكبر أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة تدنية) $c_j - z_j \geq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 10,\ X_1 = 0,\ X_2 = 2,\ S_1 = 0,\ S_2 = 0$

شرط الأمثلية: في كل مرة ننتهي من اعداد جدول السمبلكس، نتحقق من توفر شروط الأمثلية لـ: Dantzig

1- كل قيم $c_j - z_j \leq 0$. في حالة Max أو $c_j - z_j \geq 0$ في حالة Min

2- $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

3- $A_i = 0$

تمرين 3:

$$[Min]Z = 2x_1 + x_2$$
$$S / c$$
$$x_1 + 3x_2 \geq 18$$
$$4x_1 + 2x_2 \geq 32$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

1−تحويل البرنامج الى الشكل القياسي: نحول القيود الى معادلات لتضاف اليها المتغيرات المتممة (الراكدة) و/أو الاصطناعية:

$$\begin{aligned}
&[Min]Z = 2X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2\\
&S/c\\
&X_1 + 3X_2 - S_1 + A_1 = 18\\
&4X_1 + 2X_2 - S_2 + A_2 = 32\\
&X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0
\end{aligned}$$

إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن: نفترض أن الإنتاج معدوم، لذلك $X_1 = X_2 = S_1 = S_2 = 0$

$$X_1 + 3X_2 - S_1 + A_1 = 18 \Rightarrow A_1 = 18$$
$$4X_1 + 2X_2 - S_2 + A_2 = 32 \Rightarrow A_2 = 32$$

1−الخطوة		Cj	2	1	0	0	M	M	
B	***CB***	***XB***	***x1***	***x2***	***S1***	***S2***	***A1***	***A2***	النسبة ***XBx2***
A1	M	18	1	(**3**)	-1	0	1	0	18/3=6→
A2	M	32	4	2	0	-1	0	1	32/2=16
$Z=50M$		Zj	$5M$	$5M$	$-M$	$-M$	M	M	
		$Cj-Zj$	$-5M+2$	$-5M+1$↑	M	M	0	0	

تحديد المتغير الداخل: أقل قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Min) هي $-5M+1$ المقابلة لعمود المتغير x_2. اذن x_2 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة X_B/x_i في حالة (Max أو Min) هي 6 اذن المتغير الخارج هو المتغير الاصطناعي A_1

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي 3

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: Row =R = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R1_{(جديد)}=R1_{(قديم)}\div 3$

$R1_{(قديم)}$ =	18	1	3	-1	0	0
$R1_{(جديد)}=R1_{(قديم)}\div 3$	6	1/3	1	-1/3	0	0

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد=السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم]**

R2 (جديد) = R2(قديم) – [2 × R1(جديد)]

$R2_{(جديد)}=R2_{(قديم)}-2R1_{(جديد)}$

$R2_{(قديم)}$ =	32	4	2	0	-1	1
$R1_{(جديد)}$ =	6	1/3	1	-1/3	0	0
$2\times R1_{(جديد)}$ =	12	2/3	2	-2/3	0	0
$R2_{(جديد)}=R2_{(قديم)}-2R1_{(جديد)}$	20	10/3	0	2/3	-1	1

الخطوة-2		Cj	2	1	0	0	M	
B	***CB***	***XB***	***x1***	***x2***	***S1***	***S2***	***A2***	النسبة ***XBx1***
$x2$	1	6	1/3	1	-13	0	0	6/1/3=18
A2	M	20	**(10/3)**	0	2/3	-1	1	20/10/3=6→
Z=20M+6		***Zj***	**10*M*/3+1/3**	**1**	**2*M*/3−1/3**	**−*M***	***M***	
		$Cj-Zj$	-10*M*/3+5/3↑	0	-2*M*/3+1/3	M	0	

هناك قيم في سطر C_j-Z_j سالبة. باعتبار الدالة Min فان شرط الأمثلية لم يتحقق. لذلك نواصل عملية الحل بالانتقال الى جدول أخر. حتى تحقق شرط الأمثلية.

تحديد المتغير الداخل: أقل قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Min) هي $-(10M/3)+(5/3)$ المقابلة لعمود المتغير X_1. اذن X_1 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة ***XB/xi*** في حالة (Min أو Max) هي 6 اذن المتغير الخارج هو المتغير الاصطناعي A_2

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي (10/3)

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: R= Row

= سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

R2(جديد)=*R2*(قديم) ×3/10

R2(قديم) =	20	10/3	0	2/3	-1
R2(جديد)=*R2*(قديم) ×3/10	6	1	0	1/5	-3/10

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد= السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم]**

R2 (جديد) **=** R2(قديم) **–** **[** (1/3) × R1(جديد) **]**

R1(جديد)=*R1*(قديم) – 1/3*R2*(جديد)

R1(قديم) =	6	1/3	1	-1/3	0
R2(جديد) =	6	1	0	1/5	-3/10
1/3×*R2*(جديد) =	2	1/3	0	1/15	-1/10
R1(جديد)=*R1*(قديم) - 13*R2*(جديد)	4	0	1	-2/5	1/10

3-الخطوة		*Cj*	2	1	0	0	
B	***CB***	***XB***	***x*1**	***x*2**	***S*1**	***S*2**	النسبة
*x*2	1	4	0	1	-2/5	1/10	
*x*1	2	6	1	0	1/5	-3/10	
***Z*=16**		***Zj***	**2**	**1**	**0**	**-1/2**	
		Cj-Zj	0	0	0	1/2	

كل قيم C_j-Z_j أكبر أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة التدنية) $c_j - z_j \geq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 16,\ X_1 = 6,\ X_2 = 4,\ S_1 = 0,\ S_2 = 0$

شرط الأمثلية: في كل مرة ننتهي من اعداد جدول السمبلكس، نتحقق من توفر شروط الأمثلية لـ: Dantzig

1- كل قيم $c_j - z_j \leq 0$. في حالة Max أو $c_j - z_j \geq 0$ في حالة Min

2- $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

3- $A_i = 0$

تمرين 4: **نفس التمرين بالمرحلتين**:

$$
\begin{aligned}
&[Min]Z = 2x_1 + 5x_2 \\
&S/c \\
&x_1 + 3x_2 \geq 18 \\
&4x_1 + 2x_2 \geq 32 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

1- المرحلة الأولى:

يتم التحويل الى الشكل القياسي، لكن بالحفاظ على المتغيرات الاصطناعية فقط بدون المعامل M في دالة الهدف. وحذف كل المتغيرات الأخرى. مع تغيير شكل دالة الهدف الى Min مهما كان نوعها.

اذن نستخدم دائما دالة الهدف من الشكل Min والتي تساوي مجموع المتغيرات الاصطناعية بمعاملات 1.

وترك القيود كما هي، في الشكل القياسي. ثم الحل النموذج المحول بطريقة السمبلكس.

$$
\begin{aligned}
&[Min]Z = A_1 + A_2 \\
&S/c \\
&X_1 + 3X_2 - S_1 + A_1 = 18 \\
&4X_1 + 2X_2 - S_2 + A_2 = 32 \\
&X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

إيجاد الحل الابتدائي الأساسي الممكن: نفترض أن الإنتاج معدوم، لذلك $X_1 = X_2 = S_1 = S_2 = 0$

$$
\begin{aligned}
&X_1 + 3X_2 \quad - S_1 + A_1 = 18 \Rightarrow A_1 = 18 \\
&4X_1 + 2X_2 - S_2 + A_2 = 32 \Rightarrow A_2 = 32
\end{aligned}
$$

الخطوة-1		Cj	0	0	0	0	1	1	
B	***CB***	***XB***	***x1***	***x2***	***S1***	***S2***	***A1***	***A2***	**النسبة** ***XBx1***
$A1$	1	18	1	3	-1	0	1	0	18/1=18
$A2$	1	32	(**4**)	2	0	-1	0	1	32/4=8→
***Z*=50**		***Zj***	**5**	**5**	**-1**	**-1**	**1**	**1**	
		$Cj-Zj$	-5↑	-5	1	1	0	0	

تحديد المتغير الداخل: أقل قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Min) هي -5 المقابلة لعمود المتغير X_1. وX_2 . اذن يمكننا الاختيار بينهم. X_1 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة X_B/x_i في حالة (Max أو Min) هي 8 اذن المتغير الخارج هو المتغير الاصطناعي A_2

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي (4)

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: R= Row = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R2$(جديد)=$R2$(قديم)÷4

$R2$(قديم) =	32	4	2	0	-1	0
$R2$(جديد)=$R2$(قديم)÷4	8	1	12	0	-1/4	0

أما الأسطر الأخرى فيتم حساب قيمها الجديدة كما يلي:

السطر الجديد= السطر القديم – [قيم **سطر المحور** الجديد × القيمة المقابلة للمحور في **السطر القديم]**

R2 (جديد) = R2(قديم) – [(1) × R1(جديد)]

$R1$(جديد)=$R1$(قديم) - $R2$(جديد)

$R1$(قديم) =	18	1	3	-1	0	1
$R2$(جديد) =	8	1	1/2	0	-1/4	0
$R1$(جديد)=$R1$(قديم) - $R2$(جديد)	10	0	5/2	-1	1/4	1

الخطوة-2		Cj	0	0	0	0	1	
B	**CB**	**XB**	**$x1$**	**$x2$**	**$S1$**	**$S2$**	**$A1$**	النسبة **$XBx2$**
$A1$	1	10	0	**(5/2)**	-1	1/4	1	10/5/2=4→
$x1$	0	8	1	1/2	0	-1/4	0	8/1/2=16
Z=10		**Zj**	**0**	**5/2**	**-1**	**1/4**	**1**	
		$Cj-Zj$	0	-5/2↑	1	-1/4	0	

هناك قيم في سطر C_j-Z_j سالبة. باعتبار الدالة Min فان شرط الأمثلية لم يتحقق. لذلك نواصل عملية الحل بالانتقال الى جدول أخر. حتى تحقق شرط الأمثلية.

تحديد المتغير الداخل: أقل قيمة في سطر C_j-Z_j في حالة (Min) هي (-5/2) المقابلة لعمود المتغير X_2. اذن X_2 هو المتغير الداخل في الجدول الموالي.

تحديد المتغير الخارج: أدنى قيمة موجبة في عمود النسبة X_B/x_i في حالة (Max وMin) هي 4 اذن المتغير الخارج هو المتغير الاصطناعي A_1

قيمة المحور (Pivot) التي تمثل نقطة تقاطع سطر المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل، هي (5/2)

للانتقال الى الجدول **الجديد** يمكن الاستعانة **بجداول مساعدة** لحساب القيم الجديدة في الجدول الجديد. بالاعتماد على الأسس التالية: R= Row = سطر

السطر الذي ينتمي اليه المحور يتم **قسمة** جميع قيمه على قيمة **المحور**، كما يلي:

$R1$(جديد)$=R1$(قديم) $\times 2/5$

$R1$(قديم) =	10	0	5/2	-1	1/4
$R1$(جديد)$=R1$(قديم) $\times 2/5$	4	0	1	-2/5	1/10

$R2$(جديد)$=R2$(قديم) $-$ $12R1$(جديد)

$R2$(قديم) =	8	1	1/2	0	-1/4
$R1$(جديد) =	4	0	1	-25	110
$1/2\times R1$(جديد) =	2	0	1/2	-15	1/20
$R2$(جديد)$=R2$(قديم) $-$ $1/2R1$(جديد)	6	1	0	1/5	-3/10

3-الخطوة		Cj	0	0	0	0	
B	***CB***	***XB***	***x*1**	***x*2**	***S*1**	***S*2**	النسبة
$x2$	0	4	0	1	-2/5	1/10	
$x1$	0	6	1	0	1/5	-3/10	
***Z*=0**		***Zj***	**0**	**0**	**0**	**0**	
		Cj-Zj	0	0	0	0	

كل قيم C_j-Z_j أكبر أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة التدنية) $c_j - z_j \geq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل للمرحلة الأولى. والتي تشترط التخلص من المتغيرات الاصطناعية $A_i = 0$.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 0, X_1 = 6, X_2 = 4$

2- المرحلة الثانية:

بعد التخلص من المتغيرات الاصطناعية في المرحلة الأولى، يتم صياغة نموذج جديد بنفس شكل الدالة الأصلية (في هذه الحالة Min)، وبدون متغيرات اصطناعية.

$$[Min]Z = 2x_1 + 5x_2 + 0S_1 + 0S_2$$

- تكون مصفوفة القيود في الجدول الأخير من المرحلة الأولى هي نفسها في الجدول الأول للمرحلة الثانية (لإنشاء الجدول الأول، نعتمد نفس المتغيرات الأساسية بمعاملاتها الأصلية مع مصفوفة القيود للجدول الأخير) كما يلي:

1-الخطوة		Cj	2	1	0	0	
B	***CB***	***XB***	***x*1**	***x*2**	***S*1**	***S*2**	النسبة
$x2$	1	4	0	1	-2/5	1/10	
$x1$	2	6	1	0	1/5	-3/10	
***Z*=16**		***Zj***	**2**	**1**	**0**	**-12**	
		Cj-Zj	0	0	0	12	

كل قيم C_j-Z_j أكبر أو تساوي الصفر. (تحقق شرط الأمثلية في حالة التدنية) $c_j - z_j \geq 0$ اذن الجدول الأخير يمثل الحل الأمثل للنموذج.

الحل الأمثل: $[Min]Z = 16,\ X_1 = 6,\ X_2 = 4$

في العديد من النماذج البسيطة، بمجرد الانتقال الى المرحلة الثانية، نجد الجدول الأول يمثل الحل الأمثل.