توظيف الموارد المالية عبر الزمن

للعون إمكانية التبادل في سوق مالية كاملة بالسعر r أو (k) .

لذلك نفرض ان السوق المالية كاملة ، أي يمكن للعون الاقتصادي أن يقوم بالإقراض والاستقراض باي مبلغ و في أي فترة بأسعار واحدة في سوق واحدة ، أي **لا توجد تكاليف تبادل.**

فرضيات السوق المالية الكاملة

1. وحدانية السعر بمعنى و جود سعر واحد في السوق : سعر الإقراض يساوي سعر الاقتراض.
2. لا توجد محدودية راس امال ، لوجود عرض كافي من الأموال .
3. توفر الأموال في كل الأوقات.
4. عدم وجود ضرائب.
5. وحدانية السوق.
6. لا توجد تكاليف تبادل.

سلوك المستهلك الرشيد:

إن لب علم الإقتصاد هو السماح للأفراد بتحقيق أقصى إشباع لهم، ففي البداية الفرد يبحث عن أقصى إشباع ثم يتوجه إلى تنويع إستهلاكاته فالقرض و الإقتراض (التبادل) و/ أو الإستثمار.

أولا : نموذج الاستهلاك عبر الزمن في حالة التبادل فقط

ليكن عونا اقتصاديا له الموارد المالية Y، بحيث :

$$Y = (y_0 , y_0, ... y_t)$$

و ليكن C استهلاك العون الاقتصادي عبر الزمن أي وجود فترتين t= 0 و T = 1 بحيث

$$C = (C_0 , C_1, ... C_t)$$

اذن اذا كانت السوق المالية كاملة:

- نعرف ثروة العون في الزمن 0 ب W_0 بحيث يمكن حساب القيمة الحالية لثرون العون كمايلي:

$$W_0 = Y_0 + Y_1 (1+K)^{-1}$$

- نعرف ثروة العون في الزمن 1 ب W_1 بحيث يمكن حساب القيمة المستقبلية لثرون العون كمايلي: $W_1 = Y_1 + Y_0 (1+K)$
- القيمة الحالية للاستهلاك تمثل الاستهلاك الاستهلاك الأقصى في الفترة 0 و نعبر عنها ب $C_0 + C_1 (1+K)^{-1}$
- القيمة المستقبلية للاستهلاك تمثل الاستهلاك الأقصى في الفترة و نعبر عنها ب $C_1 + C_0 (1+K)$

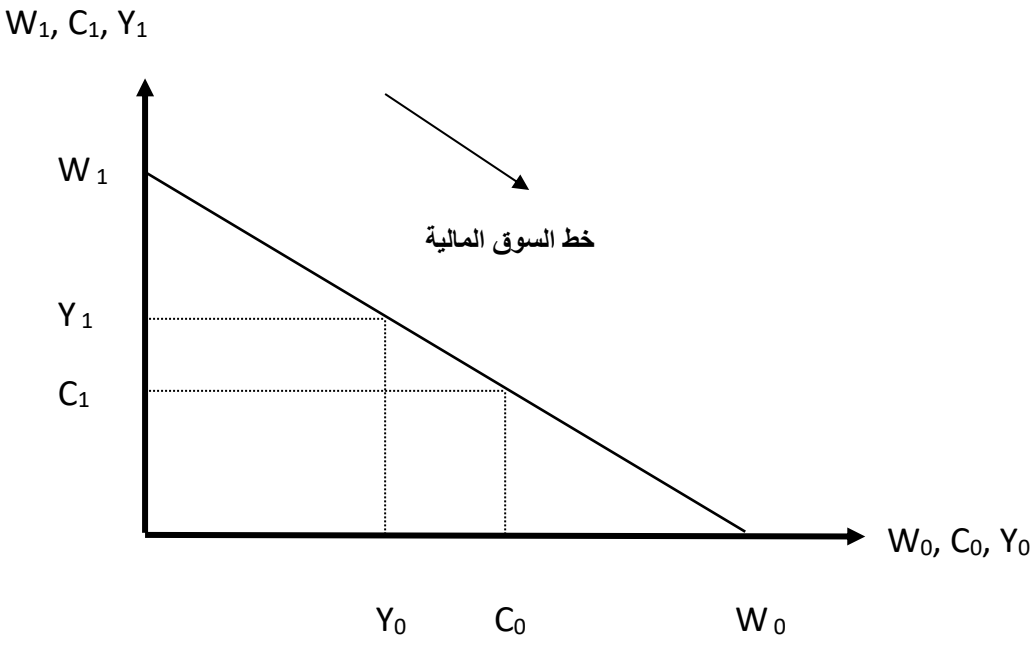
و منه **فشرط التوازن** :القيمة الحالية للاستهلاك تساوي القيمة الحالية للثروة

$$W_0 = C_0 + C_1 (1+K)^{-1} \text{ أي } C_0 + C_1 (1+K)^{-1} = Y_0 + Y_1 (1+K)^{-1}$$

$$W_1 = W_0 / (1+K)^{-1} \text{ و بما أن } C_1 = W_0/(1+K)^{-1} - C_0 / (1+K)^{-1}$$

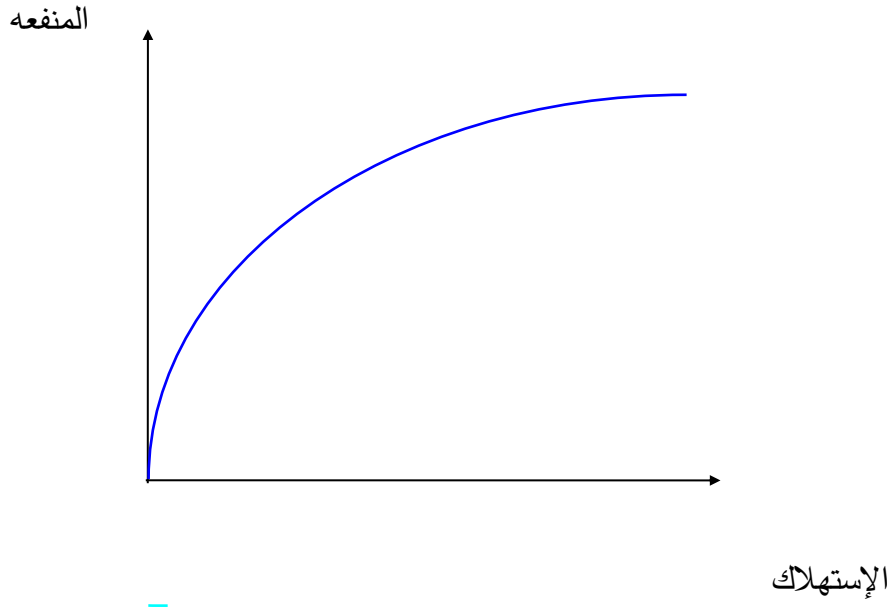
و تسمى هذه المعادلة بمعادلة خط السوق المالية و يمكن توضيح ذلك $C_1 = W_1 - C_0 (1+K)$ **فان**

من خلال الشكل البياني الاتي:



المنفعة المرتبطة بالاستهلاك :

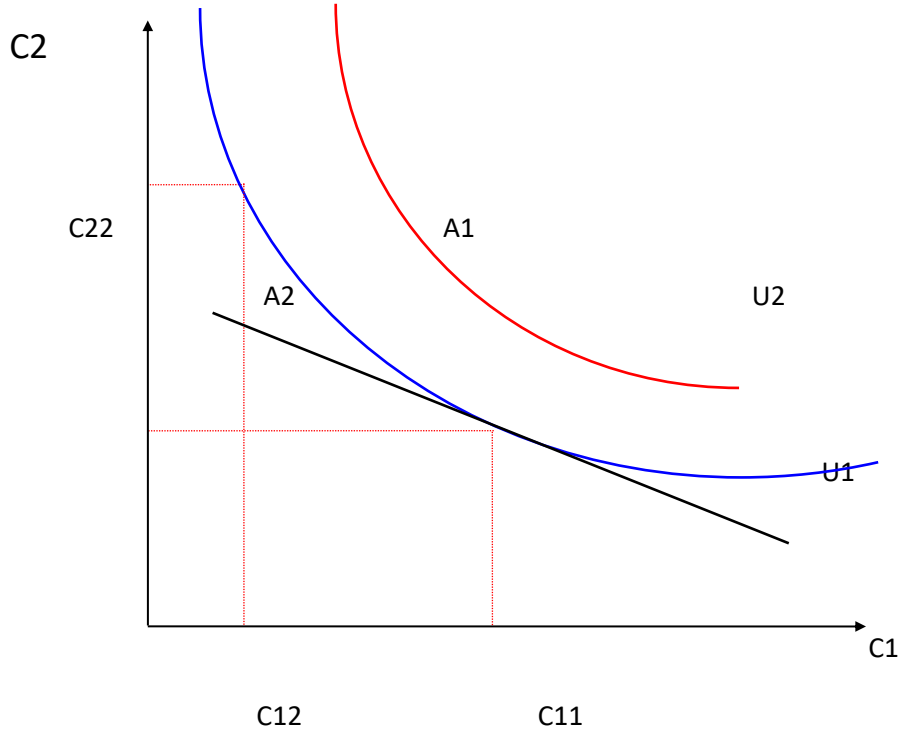
إن الإستهلاك يعطي لصاحبه نوع من الإشباع هذا الأخير غير ثابث من خلال زيادة الإستهلاك، الإقتصاديون تكلموا إذن عن المنفعة الحدية المتناقصة . سنأخذ بفرضية المنفعة الحدية المتناقصة و الموجبة رغم أنها قد تكون سالبة (أي عدم المنفعة) الشكل الموالي يضف لنا العلاقة الموجودة بين الإستهلاك و المنفعة الحدية (دالة منفعة الفرد) فالبنسبة للفرد يستهلك أكثر قدر ممكن في حدود دخله، بصورة تجعله يلبي أقصى إشباع له.



منفعة الاستهلاك

نعرف أن دالة المنفعة الخاصة بالعون الاقتصادي هي $u = (c_0,c_1,\ldots.c_t)$

فاذا **كانت السوق المالية كاملة** فان شرط التوازن عند العون الاقتصادي يتحقق عند تساوي ميل منحنى خط السوق المالية مع ميل منحنى السواء، و يمكن توضيح ذلك حسب الشكل الاتي:



الشكل.2-2 مفاضلة المستهلك بين الوقت الحاضر و الوقت المستقبلي

يمكن البرهان على أن مختلف الإختيارات تستطيع أن تعطي نفس الإشباع. المساحة الهندسية بين C_1 و C_2 التي تسمح للمستهلك أن يبقى على نفس مستوى الإشباع يسمى بمنحنى السواء، كذلك الخيار A_1 و A_2 تحدد الإستهلاكات C_{11} و C_{21} أو C_{12} و C_{22} يجلب للمستهلك نفس الإشباع U_1 . لكن إذا إستطاع المستهلك أن يحدد خيار آخر على U_2 فهذا يجلب له منفعة أو إشباع أكبر .

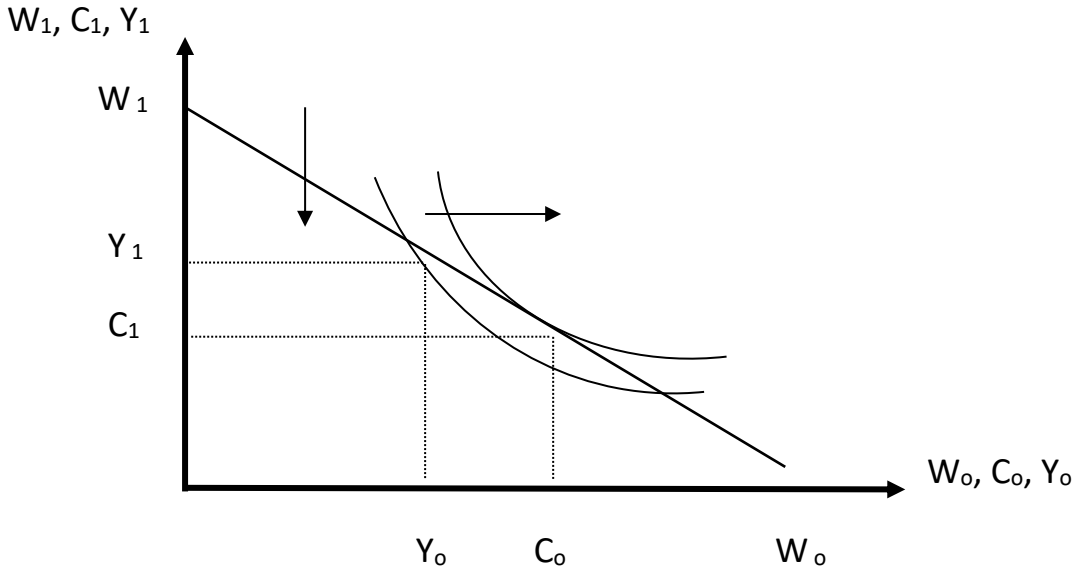
لكي يعظم المستهلك منفعته يبحث دائما على التموقع في منحنى السواء ذو الدرجة الأكبر.

ميل المنحنى U_1 في النقطة A_1 تمثل نسبة التوازن بين الإستهلاك C_1 و C_2 نسمي أيضا هذا المعدل بالمعدل الحدي للإحلال TMS و هو يمثل عدد الوحدات الواجب إستهلاكها في المستقبل مقابل التخلي عن وحدة واحدة من الإستهلاك الحاضر بنفس مستوى الإشباع.

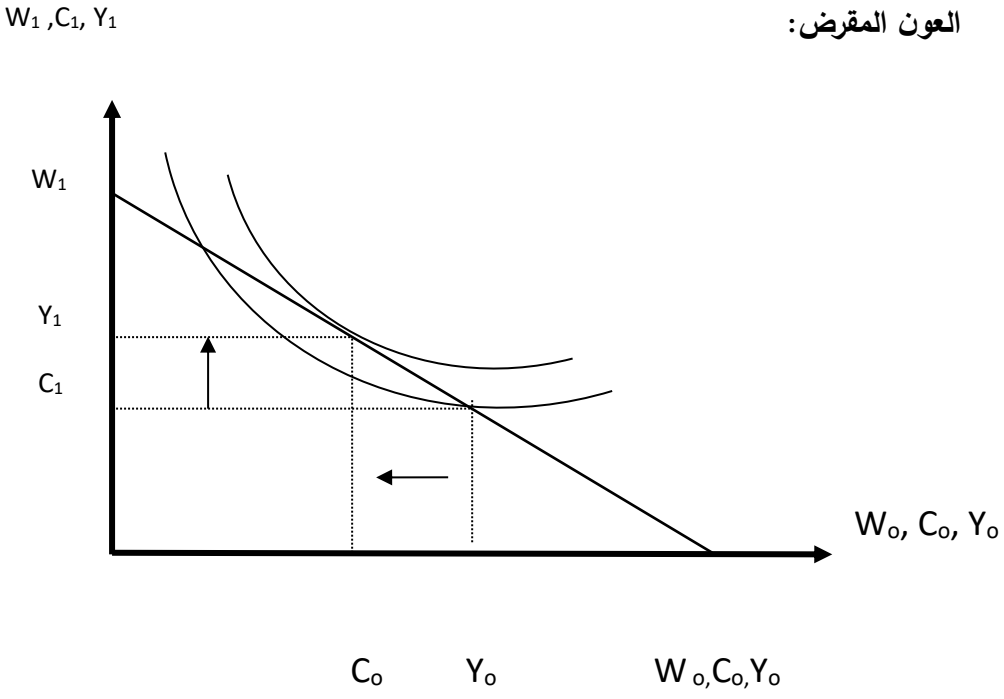
في هذا المفهوم هذا المعدل يمثل ما نسميه المعدل الشخصي للمفاضلة بين الوقت الحاضر و المستقبل للمستهلك.

رياضيا نتحصل على TMS =- (1+K) أين K يمثل المعدل الشخصي للمفاضلة بين الوقت الحاضر و المستقبل في النقطة A_1 و هذا المعدل يختلف في النقطة A_2 ، أين المستهلك يطلب كمية أكثر في المستقبل على أن يترك إشباعه في نفس المستوى.

العون المقترض:



العون المقرض:



ثانيا : نموذج الاستهلاك عبر الزمن في حالة الاستثمار فقط

مفهوم الاستثمار : هو تضحية باستهلاك اني اكيد بغرض الحصول على دخل مستقبلي غير أكيد.

فرضيات النموذج :

1.عوائد الاستثمار أكيدة

2.القابلية للتجزئة لمشاريع الاستثمار المتاحة (اذا لم نقل العكس)

3.و غير القابلية للتعدد لمشاريع الاستثمار المتاحة (اذا لم نقل العكس)

4.انعدام فرص التبادل (لا توجد سوق مالية كاملة)

مفهوم معدل العائد الحدي للاستثمار: هو معدل عائد اخر وحدة نقدية منفقة على الاستثمار .حيث

$$R_{marg} = I_1 - I_0 / I_0 = I_1 / I_0 - 1$$

مفهوم معدل العائد المتوسط للاستثمار: هو معدل عائد المبلغ الإجمالي للاستثمار . حيث يحسب بالعلاقة الاتية: $R_{moyen} = \sum_{i=1}^{t} I1 / \sum_{i=1}^{t} I0$

مثال: نعتبر مشاريع الاستثمار الاتية و المتاحة لعون اقتصادي: نفترض أن دخل العون

(y0,y1)=(400,0)

المشروع	الزمن 0 I_{0-}	الزمن 1 I_1	الترتيب
A	-100	125	؟
B	-100	200	؟
C	-100	150	؟

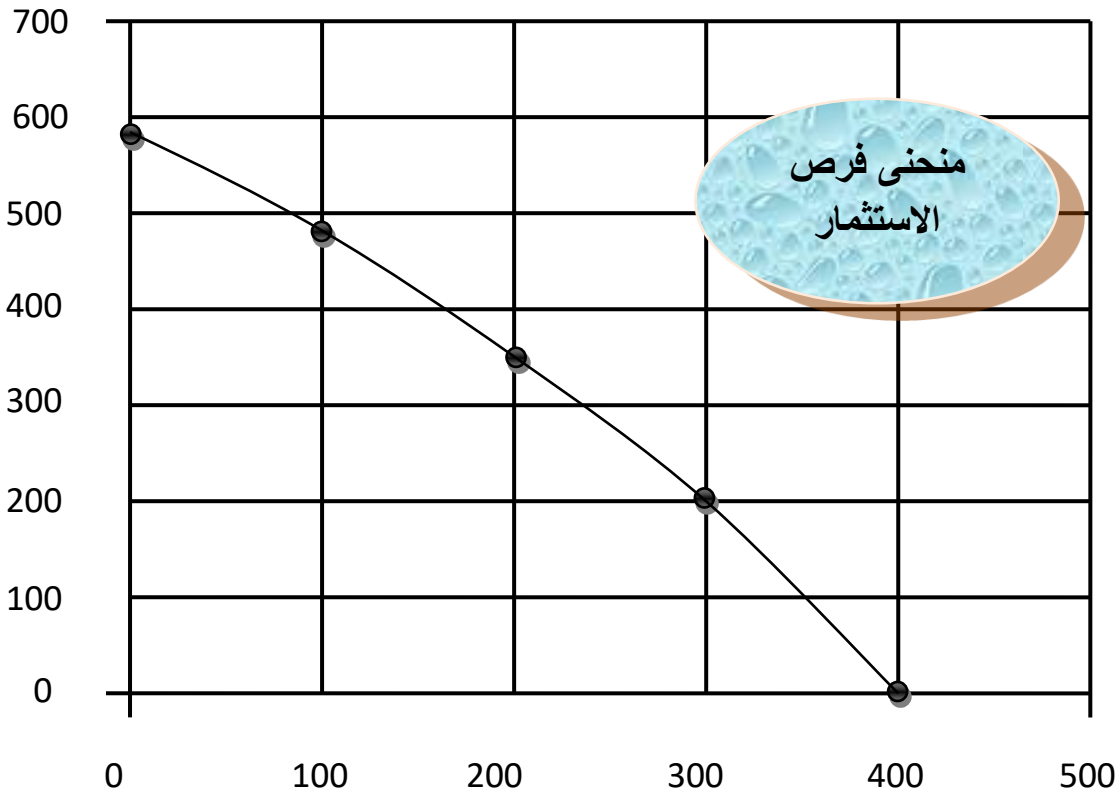
المطلوب:

1/ترتيب المشاريع ،إيجاد الحل الأمثل بدلالة المبلغ المنفق على الاستثمار؟

2/إيجاد معدل العائد الحدي للاستثمار؟

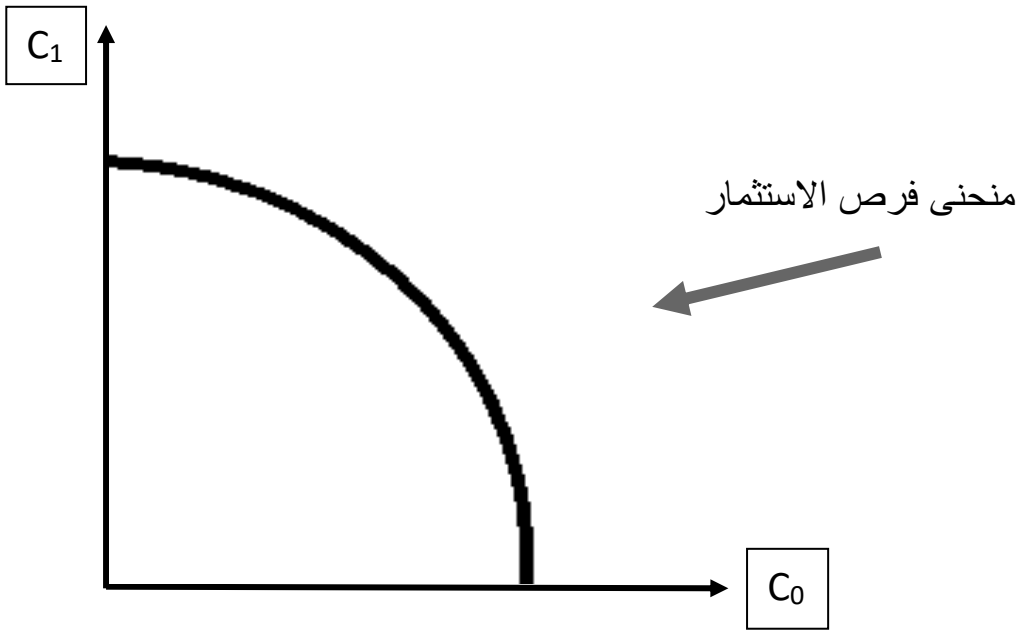
3/إيجاد معدل العائد المتوسط للاستثمار؟

المشروع	الزمن 0 I0	الزمن 1 I1	الترتيب	I1	حجم الأموال المستثمرة	الحل الأمثل	م العائد الحدي	م العائد المتوسط
A	-100	125	B	200	]0%,100%[	جزء من B	100%	100%
B	-100	200	C	150	[100%,200%[	B و جزء من C	50%	[100%,75%[
C	-100	150	A	125	[200%,300%[	B و C وجزء من A	25%	[75%,58,33[
					[300%, ∞[	/	0%	/



نسمي كل النقاط المتاحة للعون الاقتصادي بعد عملية الاستثمار في فضاء الاستهلاك ب **منحنى فرص الاستثمار**.

- نفرض فيما يلي ان فرص الاستثمار تتحقق من خلال مشاريع صغيرة بما فيها الكفاية و قابلة للتجزئة اللا منتهية و غير قابلة للتعدد ، بذلك نصل الى منحنى فرص الاستثمار يكون فيه معدل العائد الحدي متناقص كالاتي:



عندما يكون مستوى الإستهلاك ثابث كما في الحالات السابقة، المستهلك لا يستطيع أن ينتقل إلى مستوى إشباع أحسن. إن الإستثمار يتطلب التضحية بمبلغ ما اليوم من أجل تحسين الإستهلاك المستقبلي.

لكي نفهم جيدا هذه الآلية يجب أولا توضيح بعض النقط المتعلقة بالإستثمار. فلكي يستثمر أي فرد وجب عليه أن يتنازل عن قسط من دخله الجاري وهذا ما يخفض من إستهلاكه الحالي. الشكل الموالي يوضح لنا إمكانية الإستثمار لفرد ما في وقت ما هذه الإمكانيات مرتبطة بالمردودية المتناقصة. و الفرد يذهب دائما إلى الحل الأكثر مردودية و هذا يعود إلى منطق المردودية الحدية المتناقصة للإستثمار أي أن أي إستثمار لا يتحقق إلا إذا كان المعدل الحدي لمردوديته أكبر من المعدل الحدي للإحلال للمستثمر (المعدل الشخصي للمفا ضلة بين الوقتين)

- و للعون الاقتصادي دالة ضمنية تلخص فرص الاستثمار المتاحة للعون , و نكتب الدالة الضمنية بالصيغة: **$g(p_0,p_1)=0$ التي تلخص فرص الاستثمار للعون**

ملاحظات :

1. $g(y_0, y_1)=0$ أي منحنى فرص الاستثمار يمر بالنقطة (y_0, y_1).
2. يقوم العون بالاستثمار فقط عندما يكون معدل العائد الحدي للاستثمار أكبر من معدل الفائدة الشخصي.

يمكن توضيح كل هذا في بيان يعطي لنا من جهة منحنيات السواء و من جهة أخرى إمكانيات الإستثمار المربح. أي ميل منحنى إمكانيات الإستثمار المربح يعطي لنا معدل تحويل وحدة واحدة من الدخل

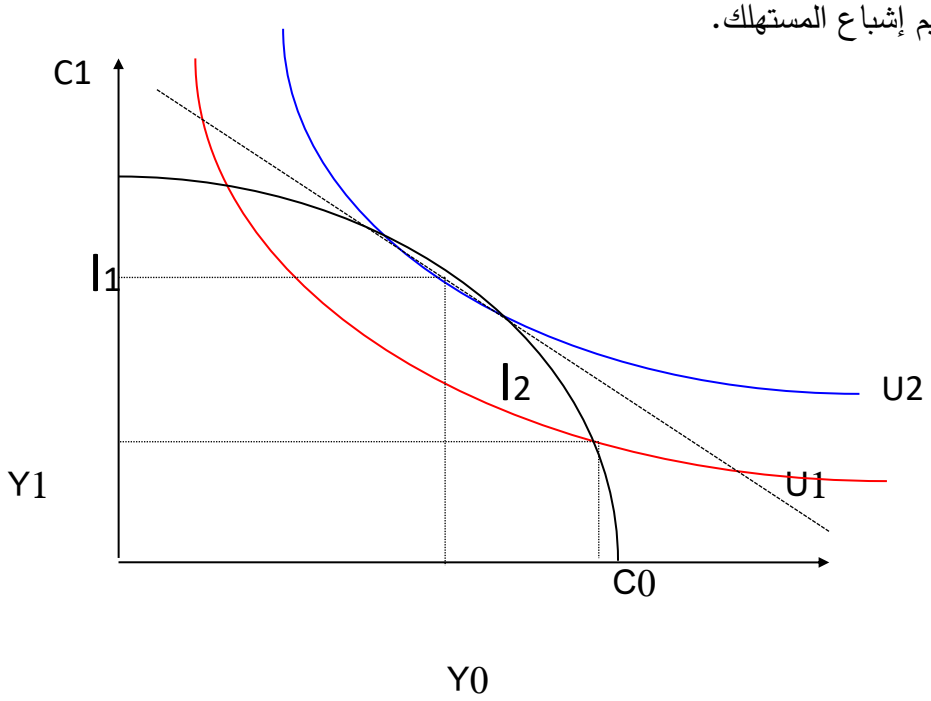
الحالي الغير المستهلكة إلى مجموعة وحدات مستهلكة في المستقبل عن طريق الإستثمار . هذا المعدل يسمى بالمعدل الحدي للتحويل TMT .

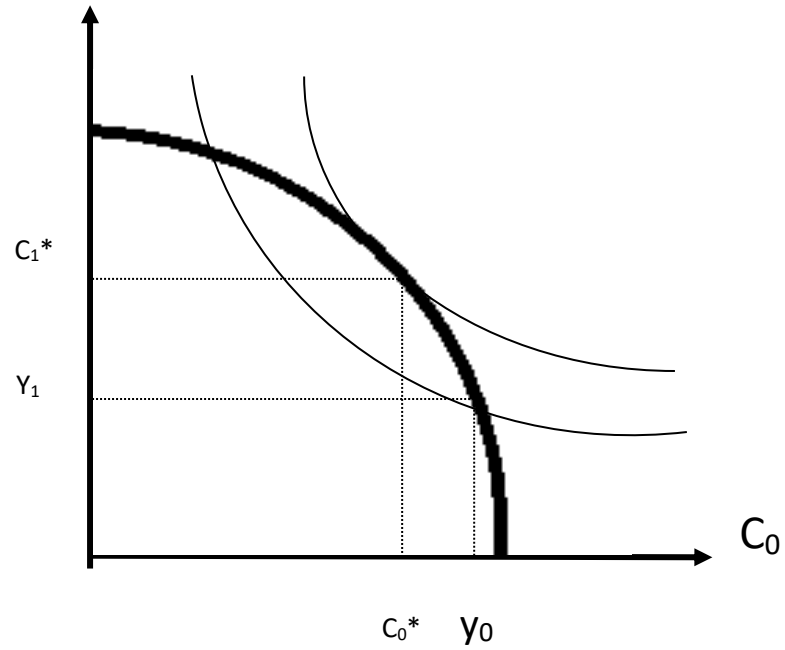
فإذا كان للمستهلك بحيازته دخلين Y_0 و y_1 اللذان يسمحان له باستهلاك على منحنى U_1 ، يستطيع و بإقتصاده كمية من y_0 وإستثمارها و بمردودية هذا الإستثمار يستطيع تحقيق مستوى إشباع أكبر.

النقطة I_2 تمثل الخيار الأمثل و في هذه النقطة تكون ميل منحنى U_2 تمثل الميل الحدي للإحلال في نفس النقطة ميل منحنى إمكانيات الإستثمار المربح التي تمثلTMT إذن في النقطة I_2 يكون

TMT = TMS

و كل إستثمار إضافي لا يأخذه المستهلك بعين الإعتبار و بهذا يكون الإستثمار قد أدى دور هام ألا و هو تعظيم إشباع المستهلك.





ملاحظة : يكتب معدل الفائدة الشخصي بالشكل الاتي:

$$\left| \frac{d\mu/d\,C_0}{d\mu/d\,C_1} \right| (C_0, C_1,)$$

يمكن إيجاد التفضيل الزمني الأمثل للاستهلاك في حالة وجود توفر الفرضيات السابقة من خلال البرنامج الرياضي الاتي:

حيث :

$$\begin{cases} MAX\ U\ (C_0, C_1,) \\ T.q\ g\ (p_0, p_1)=0 \end{cases}$$

g: الدالة الضمنية لفرص الاستثمار المتاحة للعون .

μ : دالة تلخص التفضيل الزمني للاستهلاك.

C_i : الاستهلاك في الزمن i.

C_i : الدخل الناتج عن الاستثمار.

الحل الرياضي النموذجي:

لحل هذا البرنامج نستعمل دالة لاغرانج كما يلي:

حيث :

$$L = U(C_0, C_1,) + \lambda\,(-g(p_0, p_1))$$

$$MAX\ L = MAX\ U(C_0, C_1,) + (-g(p_0, p_1))$$

$$\frac{dL}{dC_0} = 0 \Rightarrow \frac{d\mu(C_0, C_1,)}{dC_0} + \lambda \frac{d(-g(p_0, p_1))}{dC_0} = 0 \quad .....(1)$$

$$\frac{dL}{dC_1} = 0 \Rightarrow \frac{d\mu(C_0, C_1,)}{dC_1} + \lambda \frac{d(-g(p_0, p_1))}{dC_1} = 0 \quad .....(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow (p_0, p_1) = 0$$

$$\frac{d\mu}{dC_0} = \lambda\, d(g) / dC_0 \quad .....(1)$$

$$\frac{d\mu}{dC_1} = \lambda\, d(g) / dC_1 \quad .....(2)$$

$$\frac{dL}{d} = 0 \Rightarrow (g)\ (p_0, p_1) = 0$$

بقسمة (1) على (2) ينتج :

$$\frac{d\mu/dC_0}{d\mu/dC_1} = \frac{d(g)/dC_0}{d(g)/dC_1}$$

المعدل الحدي للاستثمار = معدل الفائدة الشخصي

قاعدة :

- ✓ يقوم العون الاقتصادي فقط بالاستثمار عندما يكون **معدل العائد الحدي للاستثمار اكبر من معدل الفائدة الشخصي.**
- ✓ **الحل الأمثل يكون عند تساوي العائد الحدي للاستثمار و معدل الفائدة الشخصي.**
- ✓