حل السلسلة رقم 01

التمرين 01:

$X \longrightarrow N(\overset{\mu}{60}, \overset{\sigma}{5})$

نعلم: متغير عشوائي يتبع القانون الطبيعي

$\mu = 60 , \ \sigma = 5$

نضع:

$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma} = \frac{x_i - 60}{5}$

حيث:

$Z \rightsquigarrow N(0,1)$ القانون الطبيعي

لتكن Φ الدالة التوزيعية للقانون الطبيعي $\Phi(0,1)$ و

$P(x \leq 63) = P(x - 60 \leq 63 - 60)$

$= P\left(\frac{x-60}{5} \leq \frac{63-60}{5}\right)$

$= P(Z \leq 0,6)$

$= \Phi(0,6) \Rightarrow$ من جدول الإحصائي $= 0,7254$

2) حساب $P(x > 65)$:

$P(x > 65) = 1 - P(x \leq 65) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{65-60}{5}\right)$

$= 1 - P(Z \leq 1)$

$= 1 - \Phi(1) = 1 - 0,8413$

$= 0,1587$

3) حساب $P(56 \leq x \leq 63)$:

$P(56 \leq x \leq 63) = P\left(\frac{56-60}{5} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{63-60}{5}\right)$

$= P(-0,8 \leq Z \leq 0,6)$

$= \Phi(0,6) - \Phi(-0,8)$

$= \Phi(0,6) - [1 - \Phi(0,8)]$

$= 0,7257 - [1 - 0,7881]$

$= 0,5138$

4) حساب قيم a, b, c:

$P(x \leq a) = 0,7 \Rightarrow P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{a-60}{5}\right) = 0,7$

نضع: $\bar{a} = \frac{a-60}{5}$

$P(Z \leq \bar{a}) = 0,7$

$\Phi(\bar{a}) = 0,7$

من الجدول الإحصائي نجد:

$\bar{a} = 0,52$

$\bar{a} = 0,52 \Rightarrow \frac{a-60}{5} = 0,52 \Rightarrow \boxed{a = 62,6}$

إيجاد قيمة b:

$P(x \leq b) = 0,4 \Rightarrow P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{b-60}{5}\right) = 0,4$

$P(Z \leq \bar{b}) = 0,4$ حيث: نضع $\bar{b} = \frac{b-60}{5}$

بما أن $0,5 > 0,4$ فإن الاحتمال سالب $\bar{b}$ سالبة

و $\Phi(-\bar{b}) = 1 - \Phi(\bar{b}) \overset{(-\bar{b}) \text{ قيمة موجبة}}{=} 1 - 0,4 = 0,6$

$\Phi(-\bar{b}) = 0,6 \Rightarrow -\bar{b} = 0,25$ من الجدول الإحصائي

$\bar{b} = -0,25 \Rightarrow -0,25 = \frac{b-60}{5} \Rightarrow \boxed{b = 58,75}$

إيجاد قيمة c:

$P(x > c) = 0,5 \Rightarrow 1 - P(x \leq c) = 0,5$

$\Rightarrow P(x \leq c) = 1 - 0,5 = 0,5$

$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{c-60}{5}\right) = 0,5$

نضع $\bar{c} = \frac{c-60}{5}$ حيث: $P(Z \leq \bar{c}) = 0,5$

$\Phi(\bar{c}) = 0,5 \Rightarrow \bar{c} = 0 \Rightarrow \boxed{c = 60}$

التمرين 02:

$X \rightsquigarrow N(9, 4)$

$Z_i \rightsquigarrow N(0,1) \quad Z_i = \frac{X_i - 9}{4}$

لتكن Φ الدالة التوزيعية للقانون العادي $N(0,1)$

الحالة 01: المترشحون الذين تحصلوا على المعدل 12

$P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$

$= 1 - P\left(\frac{x-9}{4} \leq \frac{12-9}{4}\right)$

$= 1 - P(Z_i \leq 0,75)$

$= 1 - \Phi(0,75)$ من الجدول الإحصائي

$= 1 - 0,7734$

$= 0,2268$

عدد الطلبة هو: $20000 \times 0,2268 = \boxed{4532}$

الحالة الثانية: المترشحون الذين تحصلوا على المعدل بين 9 و 12:

$P(9 \leq X_i \leq 12)$

ب- فترة الثقة للفرق بين وسطين

1- فترة الثقة للفرق بين وسطين مع معلومية تباين المجتمعين

إذا كانت $x_1 . x_2 . x_3 . x_4 \dots\dots x_n$ قيم عينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي $N \sim (\mu_1 . \sigma_1^2)$، وكانت $y_1 . y_2 . y_3 . y_4 \dots y_n$ عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي $N \sim (\mu_2 . \sigma_2^2)$ مستقل عن التوزيع الأول فإن فترة الثقة عند مستوى ثقة $(1-\alpha)$ للفرق بين الوسطين $(\mu_1 - \mu_2)$ إذا كان $(\sigma_1^2 . \sigma_2^2)$ معلومتين هي:

$$(\bar{x}-\bar{y}) - Z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (\bar{x}-\bar{y}) + Z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

مثال: عينة عشوائية حجمها $n_1 = 80$ ومتوسطها $\bar{x} = 1680$ وعينة عشوائية ثانية حجمها $n_2 = 75$ متوسطها $\bar{y} = 1200$ وكان الانحراف المعياري للمجتمعين $\sigma_1 = 500$ و $\sigma_2 = 600$ على التوالي، فما هي فترة الثقة عند 99% للفرق بين متوسطي المجتمعين؟

الحل:

لدينا:

$$\bar{x} = 1680 \quad \sigma_1 = 500 \quad n_1 = 80$$
$$\bar{y} = 1200 \quad \sigma_2 = 600 \quad n_2 = 75$$

ومنه فإن فترة الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين يعطى بالعلاقة التالية:

$$(\bar{x}-\bar{y}) - Z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (\bar{x}-\bar{y}) + Z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(1680-1200) - Z_{(1-0.01/2)}\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (1680-1200) + Z_{(1-0.01/2)}\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}}$$

$$(480) - Z_{(0.995)}\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (480) + Z_{(0.995)}\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}}$$

$$(480) - 2.58\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (480) + 2.58\sqrt{\frac{500^2}{80}+\frac{600^2}{75}}$$

$$250 \leq (\mu_1-\mu_2) \leq 710$$

أي أن عند ثقة مقدارها 99% ستكون قيمة الفرق بين متوسط المجتمعين ضمن المجال $[710-250]$.

2- فترة الثقة للفرق بين وسطين مع مجهولية تباين المجتمعين

في هذه الحالة $(\sigma_1^2 . \sigma_2^2)$ مجهولين أو يكون حجم العينتين أقل من 30 مفردة، لذا تصبح فترة الثقة كالتالي:

$$(\bar{x}-\bar{y}) - t_{(\alpha/2 . (n_1+n_2-2))}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (\bar{x}-\bar{y}) + t_{(\alpha/2 . (n_1+n_2-2))}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول　　　　　　　　　　　　مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 04

التمرين السادس:

يحاول باحث معرفة تركيز محلول كيميائي في دم بعض الأرانب، فأخذ عينة تتكون من 6 أرانب فتحصل على النتائج التالية:

51,2 -48,3 -50,8 -49,7 -53,6 -52,6.

- أوجد معدل تركيز المحلول الكيميائي في دم الأرانب لهذه العينة؛
- أوجد مجال الثقة لمعدل تركيز المحلول الكيميائي في دم الأرانب بمستوى ثقة قدره 95%.

التمرين السابع:

قام طبيب بدراسة فعالية دواء جديد على 100 مريض مصاب بمرض فقر الدم فبعد 6 سنوات وجد أن 60 مريضا مازال على قيد الحياة.

- أوجد مجال الثقة لنسبة كل المرضى المصابين بهذا المرض الذين مازالوا على قيد الحياة بعد 6 سنوات من تناول هذه الدواء بمستوى ثقة يعادل 95%.

التمرين الثامن:

لتكن لدينا عينة عشوائية حجمها 100 ومتوسطها يقدر بـ 1600 وانحرافها المعياري 400، وعينة ثانية حجمها 90 ومتوسطها 1500 وانحرافها المعياري 300.

- أوجد مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين بمستوى معنوية 5%.

التمرين التاسع:

لدينا عينة عشوائية من مجتمع طبيعي قيمها:

34 -25 -43 -37 -45

وعينة أخرى قيمها هي:

29 -20 -31 -23 -35 -41 -39

- أوجد مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين بمستوى ثقة 99%.

$= \Phi(0,375) - [1 - \Phi(1,375)]$

$= 0,3911 - [1 - 0,9147]$

$= 0,9058$

② $P(x_i < a) = 0,5 \Rightarrow a = \mu = 61$

$P(x \leq b) = 0,67 \Rightarrow P(Z \leq \frac{b-61}{8}) = 0,67$

$P(Z \leq \bar{b}) = 0,67$

$\Phi(\bar{b}) = 0,67$

$\bar{b} = 0,44$ من جدول الاحصائي

$0,44 = \frac{b-61}{8} \Rightarrow b = (0,44 \times 8) + 61$

$\boxed{b = 64,52}$

$P(x_i > c) = 0,33 \Rightarrow P(Z > \frac{c-61}{8}) = 0,33$

$\Rightarrow 1 - P(Z \leq \bar{c}) = 0,33$

$P(Z \leq \bar{c}) = 0,77$

$\Phi(\bar{c}) = 0,77$ من جدول الاحصائي

$\bar{c} = 0,74 \Rightarrow \frac{c-61}{8} = 0,74$

$c = (0,74 \times 8) + 61 = 66,92$

$\boxed{c = 66,92}$

$P(9 < x_i \leq 12) = P(\frac{9-9}{4} \leq \frac{x-9}{4} \leq \frac{12-9}{4})$

$= P(0 \leq Z \leq 0,75)$

$= \Phi(0,75) - \Phi(0)$

$= 0,7734 - 0,5$

$= 0,2734$ $0,2734 \times 20000 = 5468$ = عدد الطلبة

الحالة 03: الطلبة الذين يتحصلون على علامة بين 7 و 9

$P(7 \leq x \leq 9) = P(\frac{7-9}{4} \leq \frac{x-9}{4} \leq \frac{9-9}{4})$

$= P(-0,5 \leq Z \leq 0)$

$= \Phi(0) - \Phi(-0,5)$

$= \Phi(0) - [1 - \Phi(0,5)]$

$= 0,5 - [1 - 0,6915]$

$= 0,1915$

عدد الطلبة: $0,1915 \times 20000 = 3830$

الحالة 04: الدرجة أسوء أقل من 7

$P(x \leq 7) = P(\frac{x-9}{4} \leq \frac{7-9}{4})$

$= P(Z \leq -0,5)$

$= \Phi(-0,5)$

$= 1 - \Phi(0,5)$

$= 1 - 0,6915$

$= 0,3085$

عدد الطلبة: $20000 \times 0,3085 = 6170$

التمرين 03:

$x_i \sim> N(61, 8)$

$P(x_i > 80) = 1 - P(x_i \leq 80)$

$= 1 - P(Z \leq \frac{80-61}{8}) = 1 - P(Z \leq 2,375)$

$= 1 - \Phi(2,375) = 1 - 0,9911$

$= 0,0089$

$P(x_i \leq 50) = P(Z \leq \frac{50-61}{8}) = P(Z \leq -1,375)$

$= \Phi(-1,375) = 1 - \Phi(1,375)$

$= 1 - 0,9147 = 0,0853$

$P(50 \leq x \leq 80) = P(-1,375 \leq Z \leq 2,375)$

$= \Phi(2,375) - \Phi(-1,375)$

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول   مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 01

التمرين الأول:

ليكن X المتغير العشوائي الذي يتبع القانون الطبيعي $N(60,5)$:

- أحسب ما يلي:

$$P(X > 65), P(X \leq 63), P(56 \leq X \leq 63)$$

- أوجد قيم كل من a,b,c بحيث:

$$P(X \leq a) = 0,7, P(X \leq b) = 0.4, P(X > c) = 0,5$$

التمرين الثاني:

يتقدم 20000 طالب لإجراء امتحان في شهر جوان، معدل النقط المتحصل عليها من طرف كل طالب يتبع القانون الطبيعي ذي المعدل $\mu = 9$ والانحراف المعياري $\sigma = 4$ ، فتصنف الحالات الآتية:

- المترشحون الذين تحصلوا على المعدل 12 هم الناجحون.
- المترشحون الذين تحصلوا على المعدل يتراوح ما بين 9 و 12 هم معنيون لإجراء الامتحان التقويمي الشفوي الاستدراكي.
- المترشحون الذين تحصلوا على المعدل يتراوح ما بين 7 و 9 هم معنيون لإجراء امتحان آخر في شهر أكتوبر.
- بقية المترشحون هم الراسبون في هذا الامتحان لهذه السنة.

المطلوب: أوجد في كل حالة من الحالات السابقة عدد الطلبة المعنيين.

التمرين الثالث:

معدل الطول لمجموعة من الفئران هو 61 مم والانحراف المعياري 8 مم، علما أن طول الفئران يتبع القانون الطبيعي.

- ما هي قيمة الاحتمال بحيث يكون طول الفأر ما: أكبر من 80، أقل من 50، بين 50 و 80.
- أوجد قيمة كل من a,b,c بحيث:

- احتمال أن يكون طول الفأر أقل من a هو 0,5.
- احتمال أن يكون طول الفأر أقل من b هو 0,67.
- احتمال أن يكون طول الفأر أكبر من c هو 0,33.

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول **مقياس: الإحصاء 03**

<u>التمرين الرابع:</u>

متوسط مجموعة السكان ذات حجم $N = 10000$ هو $\mu = 10$ ، والانحراف المعياري $\sigma = 3$ ، أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة ذات حجم $n = 64$ محصورا بين 9 و11.

<u>التمرين الخامس:</u>

ليكن لدينا مجتمع احصائي حجمه $N = 900$ ومتوسطه $\mu = 20$ ، وانحرافه المعياري $\sigma = 12$:

المطلوب:
- **أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة في الحالة $n = 36$ و $n = 64$.**

<u>التمرين السادس:</u>

تدرس شركة طيران إمكانية السماح بحمولة يدوية للزبون مجانية، وقد وجد أن المتوسط للحمولة بالكيلوغرام هو $\mu = 5$ ، $\sigma = 0,5$.
- **إذا أخذت عينة من 100 راكب، ما هو المتوسط المتوقع للحمولة اليدوية في العينة؛**
- **هل تنطبق نظرية النهاية المركزية ؟ ولماذا؟**
- **أحسب احتمال أن يكون الوزن الإجمالي للأمتعة – بين 500 و515 كغ.**
  - أقل من 515 كغ.

<u>التمرين السابع:</u>

في دراسة لأرصدة عملاء بنك تبين أنها تتبع التوزيع الطبيعي بـ $\mu = 13600$ و $\sigma = 600$ ، اذا قمنا بسحب 60 عينة حجم كل منها 9 حسابات من مجمع الحسابات المفتوحة وعددها 6000 حساب.

- **أحسب المتوسط الحسابي لمتغير توزيع المعاينة وانحرافها المعياري؛ في حالة المعاينة النفاذية والغير النفاذية؛**
- **هل يمكن إهمال معامل التصحيح ؟ ولماذا؟**
- **ماهي عدد العينات التي يكون فيها $\bar{X}$ محصورا بين 13600 و13800؟ وأقل من 13800.**

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول | مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 02

التمرين الأول:

لدينا مجتمع احصائي مكون من 5 طلبة، وليكن عدد المواد التي نجحوا فيها موزعة كما يلي:

الطالب	A	B	C	D	E
عدد المواد	3	4	4	2	1

المطلوب:
- ماهي كل العينات الممكن سحبها بحجم $n=2$ (السحب بدون إرجاع)؛
- أحسب معدل كل عينة؛
- أحسب المتوسط الحسابي لمتغير توزيع المعاينة وانحرافها المعياري؛
- أحسب معالم المجتمع الإحصائي (المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجتمع).

التمرين الثاني:

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من المفردات التالية:

$$X_1 = 2, X_2 = 1, X_3 = 3$$

المطلوب:

- أوجد متوسط وتباين المجتمع؛
- أوجد متغير توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي للعينات ذات الحجم $n=2$ التي يمكن سحبها من هذا المجتمع في حالة السحب بإرجاع؛
- أوجد المتوسط الحسابي لمتغير توزيع المعاينة وانحرافها المعياري؛
- برهن العلاقة التي تربط متوسط وتباين المجتمع مع متوسط وتباين توزيع المعاينة للوسط.

التمرين الثالث:

بهدف التحقق من معدل الاستهلاك الشهري العائلي من الأسماك، أجريت دراسة على عينة عشوائية عددها 25 عائلة، وتبين أن متوسط الاستهلاك الشهري من الأسماك للعينة هو 7,5 كغ، بانحراف معياري 1,461.

- أحسب احتمال أن يفوق معدل الاستهلاك الشهري من الأسماك 8كغ.

التمرين 05 :

$\mu = 13600$, $\sigma = 600$, $n = 60$ (عدد الطلبة)

$n = 9$ (عينة) $N = 6000$

حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير توزيع المعاينة لمتوسط العينة:

- حالة معاينة دون إعادة (السحب بدون إرجاع):

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 13600$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{600}{\sqrt{9}} \sqrt{\frac{6000-9}{6000-1}}$

$= \frac{600}{3} \sqrt{\frac{5991}{5999}} = 200\sqrt{0,998}$

$= 199,1 \simeq 200$

حالة معاينة بإعادة (السحب بالإرجاع)

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 13600$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{600}{\sqrt{9}} = 200$

- يمكننا إهمال معامل الإرجاع $\left(\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right)$ لأن الانحرافات المعيارية متقاربة (متساوية)

$\frac{n}{N} = \frac{9}{6000} = 0,0015 < 0,05$ فلو طبقنا القانون فإننا في حالة السحب بالإرجاع.

عدد الطلبات التي يكون فيها $\bar{x}$ محصورا بين 13600 و 13800

$P(13600 \leq \bar{x} \leq 13800)$

$= P\left(\frac{13600-13600}{200} \leq Z \leq \frac{13800-13600}{200}\right)$

$= P(0 \leq Z \leq 1) = \Phi(1) - \Phi(0)$

$= 0,8413 - 0,5) = \boxed{0,3413}$

$60 \times 0,3413 \simeq 20$ عدد الطلبات

عدد الطلبات التي يكون فيها $\bar{x}$ أقل من 13800 :

$P(\bar{x} \leq 13800) = P\left(Z \leq \frac{13800-13600}{200}\right)$

$= P(Z \leq 1)$

$= \Phi(1)$

$= 0,8413$

$\times 0,8413 \simeq 50$ عدد الطلبات :

متوسط العينة $\bar{x}$ متغير عشوائي للمعاينة الاستنتاجية يتبع القانون الطبيعي

$n > 30$ لأن

$\frac{n}{N} = \frac{64}{10000} = 0,0064 < 0,05$

حالة السحب بالإرجاع

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8} = 0,375$

لدينا Φ الدالة التوزيعية للقانون الطبيعي

$P(9 \leq \bar{x} \leq 11) = P\left(\frac{9-10}{0,375} \leq Z \leq \frac{11-10}{0,375}\right)$

$= P(-2,7 \leq Z \leq 2,7)$

$= \Phi(2,7) - \Phi(-2,7) = \Phi(2,7) - [1 - \Phi(2,7)]$

$= 2\Phi(2,7) - 1 = 2(0,9965) - 1$

$= 0,993$

التمرين 06 :

$N = 900$, $\mu = 20$, $\sigma = 12$

- حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري في حالة:

$n = 36$, $\mu_{\bar{x}} = \bar{x} = \mu = \boxed{20}$

$\frac{n}{N} = \frac{36}{900} = 0,04 < 0,05 \Rightarrow$ السحب بالإرجاع

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{36}} = \frac{12}{6} = \boxed{2}$

- حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري في حالة $n = 64$

$\mu_{\bar{x}} = \bar{x} = 20$

$\frac{64}{900} = 0,071 > 0,05$ السحب بدون إرجاع

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{12}{\sqrt{64}} \sqrt{\frac{900-64}{900-1}}$

$= \frac{12}{8} \sqrt{0,929}$

$= \boxed{1,44}$

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 03

التمرين الأول:

قدرت نسبة التلف بـ 3% في مصنع لإنتاج الآلات الإلكترونية، تم أخذ بطريقة عشوائية عينة قدرت بـ 300 وحدة من هذا المصنع.

المطلوب:

- أحسب المتوسط الحسابي لمتغير توزيع المعاينة للنسب وانحرافها المعياري؛

التمرين الثاني:

إذا كان لدينا البيانات التالية:

المجتمع	متوسط المجتمع	تباين المجتمع
1	$\mu_1 = 5$	$\sigma_1^2 = 0,5$
2	$\mu_2 = 4$	$\sigma_2^2 = 0,25$

وتم سحب عينتين مستقلتين من المجتمعين حيث $n_1 = 20$ و $n_2 = 10$ ، أوجد الاحتمال التالي بفرض أن التوزيعات طبيعية:

$$P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq 0,75)$$

التمرين الثالث:

إذا كان لدينا البيانات التالية:

المجتمع	متوسط المجتمع	تباين المجتمع
1	$\mu_1 = 8,34$	$\sigma_1^2 = 2,8$
2	$\mu_2 = 6,45$	$\sigma_2^2 = 2,25$

وتم سحب عينتين مستقلتين من المجتمعين، حيث $n_1 = 50$ و $n_2 = 40$ ، فإذا كانت المتغيرات تحت الدراسة لا تتبع التوزيع الطبيعي:

- هل تنطبق نظرية النهاية المركزية ؟ ولماذا؟
- أوجد قيمة تقريبية للاحتمال التالي:

$$P(1,19 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq 2,58)$$

التمرين 02:

$x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 3$

حساب متوسط وتباين المجتمع:

$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{2+1+3}{3} = 2$

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i-\mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(2-2)^2+(1-2)^2+(3-2)^2}{3}}$

$= \sqrt{1,66} = 1,28$

2- عدد العينات الممكن سحبها n=2 (السحب بالإرجاع)

$N^n = 3^2 = 9$

3- حساب المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة والانحراف المعياري:

العينات	المعدل
(x_1,x_2)	$\frac{2+1}{2} = 1,5$
(x_1,x_3)	$\frac{2+3}{2} = 2,5$
(x_2,x_1)	$\frac{1+2}{2} = 1,5$
(x_2,x_3)	$\frac{1+3}{2} = 2$
(x_3,x_1)	2,5
(x_3,x_2)	2
(x_1,x_1)	2
(x_2,x_2)	1
(x_3,x_3)	3

$\mu_{\bar x} = \frac{\sum \bar x}{m} = \frac{18}{9} = 2$

$\sigma_{\bar x} = \frac{\sigma}{\sqrt n} = \frac{1,28}{\sqrt 2}$

$\boxed{\sigma_{\bar x} = 0,90}$

حل السلسلة رقم 01 التمرين 01:

عدد العينات الممكن سحبها بحجم n=2 (السحب بدون إرجاع)

$C_N^n = C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5\times4\times3!}{2!\times3!}$

$= 10$

2) حساب معدل كل عينة:

العينات	المعدل
(A,B)	$\frac{3+4}{2} = 3,5$
(A,C)	$\frac{3+4}{2} = 3,5$
(A,D)	$\frac{3+2}{2} = 2,5$
(A,E)	$\frac{3+1}{2} = 2$
(B,C)	$\frac{4+4}{2} = 4$
(B,D)	$\frac{4+2}{2} = 3$
(B,E)	$\frac{4+1}{2} = 2,5$
(C,D)	$\frac{4+2}{2} = 3$
(C,E)	$\frac{4+1}{2} = 2,5$
(D,E)	$\frac{2+1}{2} = 1,5$
$\sum$	28

3) حساب المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة والانحراف المعياري:

$\mu_{\bar x} = \frac{\sum \bar x}{m} = \frac{28}{10} = 2,8$

$\sigma_{\bar x} = \frac{\sigma}{\sqrt n}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$\sigma_{\bar x} = \sqrt{\frac{\sum(\bar x_i - \mu_{\bar x})^2}{m}} = \sqrt{\frac{(3,5-2,8)^2+\dots+(1,5-2,8)^2}{10}}$

$= \sqrt{0,51} = \boxed{0,71}$

4) حساب معالم المجتمع الإحصائي:

$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{3+4+4+2+1}{5} = 2,8$

$\boxed{\mu_{\bar x} = \mu = 2,8}$

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(3-2,8)^2+\dots+(1-2,8)^2}{5}}$

$= \sqrt{1,36} = 1,16$

طريقة 2:

$\sigma_{\bar x} = \frac{\sigma}{\sqrt n}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{1,16}{\sqrt 2}\sqrt{\frac{5-2}{5-1}}$

$= \frac{1,16}{1,41}\sqrt{\frac{3}{4}} = 0,82\sqrt{0,75}$

$= \boxed{0,71}$

التمرين 03:

$n = 35, \mu_{\bar x} = 7,5, \sigma_{\bar x} = 1,461$

حساب احتمال أن يكون معدل [illegible] أكبر من 8:

$P(x > 8)$

بما أن $n > 30$ فإن توزيع المعاينة للمتوسطات يتبع القانون الطبيعي

$Z = \frac{\bar x - \mu}{\sigma_{\bar x}} \rightsquigarrow N(0,1)$

$P(x>8) = 1 - P(x \le 8) = 1 - P\left(Z \le \frac{8-7,5}{1,461}\right)$

$= 1 - P(Z \le 0,34) = 1 - \Phi(0,34)$

$= 1 - 0,6331 = \boxed{0,3669}$

التمرين 04:

$N = 10\,000, \mu = 10, \sigma = 3$

- إيجاد احتمال أن يكون متوسط العينة ذات حجم n=64 محصورا بين 9 و 11:

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 04

التمرين الأول:

أوجد قيم (Z_α) التي تمثل مستوى ثقة قدره 90% باستعمال:

- القانون الطبيعي العادي؛
- قانون ستودنت بدرجة حرية ($V = 4$)؛
- قانون ستودنت بدرجة حرية ($V = 30$).

التمرين الثاني:

نختار عينة عشوائية متكونة من 36 تلميذ بدون إرجاع من قسم متكون من 72 تلميذ، فكان معدل الوزن لهذه العينة هو $\bar{X} = 60$ ، والانحراف معياري لمجموع التلاميذ $\sigma = 2$.

- أوجد مجال الثقة لمعدل وزن تلاميذ هذا القسم بمستوى ثقة قدره 90%.

التمرين الثالث:

نقوم بوزن 2500 بيضة فكان معدل الوزن هو 143 كغ والانحراف المعياري هو 20 كغ، أوجد مجال الثقة لمعدل وزن البيض بمستوى ثقة يعادل 99%.

التمرين الرابع:

من مجتمع إحصائي طبيعي انحرافه المعياري $\sigma = 1,6$ ، سحبت منه عينة عشوائية حجمها $n = 5$ ، وكانت عناصر العينة كما يلي: 3، 7، 10، 8، 5.

- قدر مجال الثقة لمتوسط المجتمع بمستوى معنوية $\alpha = 10\%$.

التمرين الخامس:

نريد معرفة نسبة السكر أثناء الصيام لمجتمع من الكهول، حيث يتبع القانون الطبيعي ذات المعدل $\mu = 0,809$.
نأخذ عينة تتكون من 12 شخص ونقيس نسبة السكر لكل شخص، فنتحصل على النتائج التالية:

0,60- 0,90- 0,74- 0,96- 0,85- 1,05- 0,80- 0,93- 1,17- 0,70- 0,84- 0,75.

- أوجد المعدل والانحراف المعياري لنسبة السكر أثناء الصيام لهذه العينة؛
- أوجد مجال الثقة لمعدل نسبة السكر بمستوى ثقة قدره 90%.

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة الثانية علوم تسيير

الأعمال الموجهة: السداسي الأول   مقياس: الإحصاء 03

سلسلة رقم 04

<u>التمرين السادس:</u>

يحاول باحث معرفة تركيز محلول كيميائي في دم بعض الأرانب، فأخذ عينة تتكون من 6 أرانب فتحصل على النتائج التالية:

51,2 -48,3 -50,8 -49,7 -53,6 -52,6.

- أوجد معدل تركيز المحلول الكيميائي في دم الأرانب لهذه العينة؛
- أوجد مجال الثقة لمعدل تركيز المحلول الكيميائي في دم الأرانب بمستوى ثقة قدره 95%.

<u>التمرين السابع:</u>

قام طبيب بدراسة فعالية دواء جديد على 100 مريض مصاب بمرض فقر الدم فبعد 6 سنوات وجد أن 60 مريضا مازال على قيد الحياة.

- أوجد مجال الثقة لنسبة كل المرضى المصابين بهذا المرض الذين مازالوا على قيد الحياة بعد 6 سنوات من تناول هذه الدواء بمستوى ثقة يعادل 95%.

<u>التمرين الثامن:</u>

لتكن لدينا عينة عشوائية حجمها 100 ومتوسطها يقدر بـ 1600 وانحرافها المعياري 400، وعينة ثانية حجمها 90 ومتوسطها 1500 وانحرافها المعياري 300.

- أوجد مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين بمستوى معنوية 5%.

<u>التمرين التاسع:</u>

لدينا عينة عشوائية من مجتمع طبيعي قيمها:

34 -25 -43 -37 -45

وعينة أخرى قيمها هي:

29 -20 -31 -23 -35 -41 -39

- أوجد مجال الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين بمستوى ثقة 99%.

التمرين 02

نقوم بدراسة مفعول دواء عند الرجال والنساء في عينة تتكون من 300 امرأة فكان معدل الدواء $\bar{x}_1=14,8$ والانحراف المعياري $\sigma_1=0,62$ وعينة أخرى تتكون من 190 رجل فكان معدل الدواء هو $\bar{x}_2=15,3$ والانحراف المعياري $\sigma_2=0,61$

- هل يمكننا القول أن هناك فرقا بين مفعول الدواء عند النساء والرجال بمستوى معنوية 5%

الحل:

$$\begin{cases} H_0 : U_1=U_2 \\ H_1 : U_1 \neq U_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_0 : U_1-U_2=0 \\ H_1 : U_1-U_2 \neq 0 \end{cases}$$

U_1: معدل مفعول الدواء عند النساء

U_2: " " " الرجال

الرجال: $n_2=190,\ \bar{x}_2=15,3,\ \sigma_2=0,61$

النساء: $n_1=300,\ \bar{x}_1=14,8,\ \sigma_1=0,62$

$\alpha=5\%=0,05$

بما أن $n_1, n_2 \geq 30$ فإن متغير توزيع المعاينة من أجل فروق المعدلات $\bar{x}_1-\bar{x}_2$ يتبع القانون الطبيعي

نفرض H_0 صحيحة أي $U_1-U_2=0$

لدينا متغير القرار Z_c يحسب

$$Z_c=\frac{(14,8-15,3)-0}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}$$

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{0,62^2}{300}+\frac{0,61^2}{190}}$$

$$=\sqrt{0,004}=0,06$$

$$Z_c=\frac{-0,5-0}{0,06}=-8,33$$

اتخاذ القرار:

إيجاد Z_t الجدولية

$$W_0=\{\forall Z \in R : |Z| \leq U_\alpha\}$$

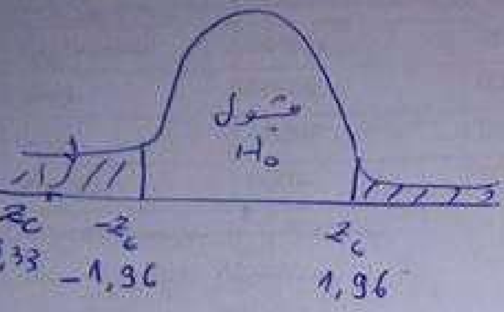
$$W_0=[-U_\alpha, U_\alpha]$$

$$P(|Z|<U_\alpha)=1-\alpha \Rightarrow$$

$$\phi(U_\alpha)=\frac{2-\alpha}{2}=0,975$$

$$U_\alpha=1,96=Z_t$$

$$W_0=[-1,96,\ 1,96]$$



نرفض H_0 ونقبل H_1

إذن الدواء ليس له نفس المفعول عند النساء والرجال (هناك فرق في مفعول الدواء بين النساء والرجال)

التمرين 03

لتكن لدينا المعلومات التالية:

العينة 01	العينة 02
$n_1=17$	$n_2=10$
$\bar{x}_1=97$	$\bar{x}_2=101$
$S_1=10$	$S_1=9$

هل هناك اختلاف معنوي بين المعدلين في العينتين؟ $\alpha=5\%$

السلسلة 05:

التمرين الأول:

قم باختبار فرضية العدم القائلة أن متوسط (معدل) الخام بالمجمع يساوي 600 مقابل الفرضية البديلة $U \neq 600$ بمستوى معنوية $\alpha = 0,5$.

علما أنه سحبت عينة حجمها 36 وكان المتوسط الحسابي يساوي 620 والانحراف المعياري $(\sigma = 85)$.

الحل:

صياغة الفرضيات:

$$\begin{cases} H_0 : U = 600 \\ H_1 : U \neq 600 \end{cases}$$

2 - الاختبار الإحصائي:

بما أن $n > 30$ و σ معلوم

فان متغير [illegible] القرار Z_c يحسب كما يلي:

$$Z_c = \frac{\bar{X} - U}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{620 - 600}{\frac{85}{\sqrt{36}}} = \frac{20}{85/6} = \frac{20}{14,17} \Rightarrow \boxed{Z_c = 1,41}$$

اتخاذ القرار:

ايجاد Z_t الجدولية (القيمة الحرجة)

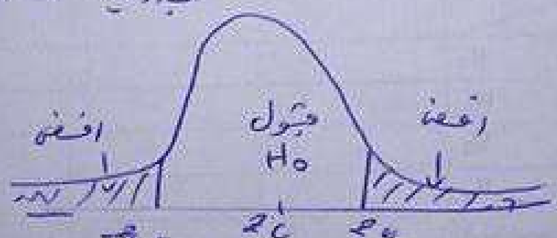
$$W_0 = \{ Z \in R : |Z| \leq U_\alpha \}$$

$$\boxed{-U_\alpha < Z < U_\alpha}$$

$$W_0 = [-U_\alpha , U_\alpha]$$

$$P(|Z| < U_\alpha) = 1 - \alpha \Rightarrow \Phi(U_\alpha) = \frac{2 - \alpha}{2} = \frac{2 - 0,05}{2} = 0,975$$

$$\boxed{U_\alpha = 1,96} = Z_t \rightarrow \text{الجدولية}$$



نلاحظ أن Z_c تقع في منطقة القبول إذا $Z_c < Z_t$

نقبل H_0 ونرفض H_1 إذا $\boxed{U = 600}$