جامعة احمد زبانة –غليزان –
معهد العلوم الاقتصادية ،التجارية و علوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

الاعمال الموجهة رقم 01

مقياس : الحساب الاقتصادي المطبق

التمرين 01: نرغب في في تقدير العلاقة بين الاستهلاك Ci و الدخل Ri ، لمجموعة من العائلات ،وذلك حسب نموذج الانحدار البسيط التالي: $Ci= a + BRi + \varepsilon i$ ،لهذا الغرض تم اختيار عينة مكونة من 12 عائلة و كانت النتائج كمايلي :

Ci	8	12	16	23	25	26	28	30	40	42	50	45
Ri	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70

المطلوب :

- مثل المعطيات بيانيا
- قدر العلاقة بين الاستهلاك و الدخل (ايجاد $\hat{a}$ و $\hat{B}$) باستخدام طريقة MCO عن طريق التقدير بصيغة الانحرافات عن الاوساط الحسابية ،ثم اكتب معادلة خط الانحدار.
- ماذا تمثل معالم الانحدار ، وهل النموذج يتوافق مع النظرية الاقتصادية ام لا ؟
- احسب البواقي ،احسب تباين الاخطاء و الانحراف المعياري لمقدرات المعالم عند مستوى معنوية 5% ،واختبر مستوى معنوية المعالم و المعنوية الكلية عند هذا المستوى.

التمرين 02 :من اجل تقدير العلاقة بين الكمية المطلوبة على سلعة(وحدة قياس كلغ) و سعرها (وحدة قياس 100 دج) تم تشكيل البيانات التالية ،حيث تبين ان هناك علاقة خطية بين الكمية المطلوبة و سعرها معادلتها من الشكل : $Yi=a+BXi+\varepsilon i$

Xi	1	2	3	4	5	6	7
Yi	18	14	9	7	4	3	1

المطلوب :

- قدر العلاقة بين الكمية المطلوبة و سعرها (ايجاد $\hat{a}$ و $\hat{B}$) باستخدام طريقة MCO عن طريق التقدير حول نقطة الاصل ،ثم اكتب معادلة خط الانحدار .
- اعط قراءة لكل من $\hat{a}$ و $\hat{B}$ ، وهل النتائج تتوافق مع النظرية الاقتصادية ام لا ؟

Scanned with Fast Scan

- احسب القيم النظرية (المحسوبة) للمتغير التابع ؟

- اذا اردنا ان تكون الكمية [redacted] و هي [redacted] كلغ ماهو السعر الذي يسمح بذلك .

- احسب البواقي و احسب معامل التحديد و معامل الارتباط (r، R^2).

احسب تباين الاخطاء و الانحراف المعياري لمقدرات المعالم عند مستوى معنوية [redacted] و اعط مجال الثقة للمعلمات عند 5%

- اختبر معنوية المعالم و المعنوية الكلية عند المستوى 5%.

التمرين الثالث : من بين الفرضيات المقترحة في تقدير نموذج الانحدار الخطي :

- التوقع الرياضي للخطاء العشوائية معدوم اي: $E(\varepsilon i)=0$.

-تجانس (ثبات) تباين الاخطاء الاخطاء اي : $Var(\varepsilon i)=\delta_{\varepsilon i}^2$.

-عدم وجود ارتباط بين اخطا العشوائي و المتغير المستقل اي : $Cov(\varepsilon i,xi)=0$.

الحلول :

برهن على هذه الخاصية

جامعة احمد زبانة –غليزان –

معهد العلوم الاقتصادية ،التجارية و علوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مقياس : الحساب الاقتصادي المطبق

حل الاعمال الموجهة رقم 01

حل التمرين 01:

N	RI	CI	$(RI-\bar{R})$	$(CI-\bar{C})$	$(RI-\bar{R})(CI-\bar{C})$	$(RI-\bar{R})^2$	$\hat{CI}$
1	10	8	-27,917	-20,75	579,27775	779,35889	9,549
2	15	12	-22,917	-16,75	383,85975	525,18889	12,988
3	20	16	-17,917	-12,75	228,44175	321,01889	16,427
4	25	23	-12,917	-5,75	74,27275	166,84889	19,866
5	30	25	-7,917	-3,75	29,68875	62,678889	23,305
6	35	26	-2,917	-2,75	8,02175	8,508889	26,744
7	40	28	2,083	-0,75	-1,56225	4,338889	30,183
8	45	30	7,083	1,25	8,85375	50,168889	33,622
9	50	40	12,083	11,25	135,93375	145,99889	37,061
10	55	42	17,083	13,25	226,34975	291,82889	40,500
11	60	50	22,083	21,25	469,26375	487,65889	43,939
12	70	45	32,083	16,25	521,34875	1029,3189	50,817
Σ	455	345	0,000	0	2663,75	3872,9167	345,000

- حساب $\bar{x}$ ، $\bar{y}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{\sum R_i}{n} = \frac{455}{12} = 37,917 = \bar{R}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{\sum c_i}{n} = \frac{345}{12} = 28,75 = \bar{C}$$

حساب $\hat{a}$ ، $\hat{B}$: "لطريقة المربعات الصغرى"

$$\hat{B} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{B} = \frac{\sum (R_i - \bar{R})(C_i - \bar{C})}{\sum (R_i - \bar{R})} = \frac{2663,75}{3872,9167} = \boxed{0,687}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = \bar{C} - \hat{b}\bar{R} = 28,750 - [0,687 \cdot 37,917]$$

$$= \boxed{2,671}$$

Scanned with Fast Scan

كتابة معادلة خط الانحدار: $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x_i \Rightarrow \hat{C} = \hat{a} + \hat{b}R_i$

$\Rightarrow \boxed{\hat{C} = 8,671 + 0,687 R_i}$

$\hat{a}$: يمثل تقاطع مستقيم الانحدار مع المحور الذي يمثل الاستهلاك عندما يكون الدخل معدوم، أي أن الاستهلاك موجبة وهي تتوافق مع النظرية الاقتصادية.

$\hat{b}$: يمثل الميل الحدي للاستهلاك، وهو محصور بين $[0,1]$ وهذا موافق للنظرية الاقتصادية مع أن الاستهلاك موجبة وزيادة الدخل بوحدة واحدة يؤدي إلى زيادة في الاستهلاك بـ: 0,687 أي زيادة الدخل بـ 1000 دج يؤدي إلى زيادة الاستهلاك بـ 687 دج.

- حساب البواقي: "وما يعني هامش الاستهلاك" عند كل قيمة لـ R_i

$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i \Rightarrow \hat{\varepsilon}_i = C_i - \hat{C}_i$

- $\hat{\varepsilon}_1 = C_1 - \hat{C}_1 = 8 - 9,549 = -1,549$
- $\hat{\varepsilon}_2 = C_2 - \hat{C}_2 = 12 - 12,988 = -0,988$
- $\hat{\varepsilon}_3 = 16 - 16,427 = -0,427$
- $\hat{\varepsilon}_4 = C_4 - \hat{C}_4 = 23 - 19,866 = 3,134$

$\hat{\varepsilon}_{12} = C_{12} - \hat{C}_{12} = 45 - 50,847 = -5,847$

حيث يكون: $\boxed{\sum \hat{\varepsilon}_i = 0}$

Scanned with Fast Scan

حل التمرين 02:

N	Xi	Yi	Xi*Yi	Xi²	Yi²	$\hat{y}_i$	$\hat{\varepsilon}_i$	$\hat{\varepsilon}_i^2$
1	1	18	18	1	324	16,357	1,643	2,699
2	2	14	28	4	196	13,571	0,429	0,184
3	3	9	27	9	81	10,786	-1,786	3,189
4	4	7	28	16	49	8,000	-1,000	1,000
6	5	4	20	25	16	5,214	-1,214	1,475
7	6	3	18	36	9	2,429	0,571	0,326
8	7	1	7	49	1	-0,357	1,357	1,842
Σ	28	56	146	140	676	56,000	0	10,714

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{28}{7} = 4$

$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{56}{7} = 8$

حساب $\hat{a}$ و $\hat{b}$

$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{146 - 7 \cdot 4 \cdot 8}{140 - 7 \cdot 4^2}$ $\hat{b} = -2,7857$

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 8 + 2,7857 \cdot 4 \Rightarrow \hat{a} = 19,143$

ومنه معادلة خط الانحدار هي:

$\hat{y}_i = 19,143 - 2,7857 x_i$

من خلال النتائج المتحصل عليها نلاحظ أن هذه النتائج تتوافق مع النظرية الاقتصادية

- حيث $\hat{a}$: تمثل الكمية المطلوبة حتى لو كان السعر معدوما

$\hat{b} = -2,7857$ وهذا يعني أن إذا تغير السعر بوحدة واحدة

فإن الكمية المطلوبة تتغير بـ: $2,7857$ بإشارة سالبة

أي إذا ارتفع السعر بـ 100 دج فإن الطلب على هذه السلعة

ينقص بـ: $2,7857$ كلغ. "تتوافق مع النظرية الاقتصادية"

حل التمرين 02:

N	Xi	Yi	Xi*Yi	Xi^2	Yi^2	$\hat{Y}i$	$\hat{\varepsilon}i$	$\hat{\varepsilon}_i^2$
1	1	18	18	1	324	16,357	1,643	2,699
2	2	14	28	4	196	13,571	0,429	0,184
3	3	9	27	9	81	10,786	-1,786	3,189
4	4	7	28	16	49	8,000	-1,000	1,000
6	5	4	20	25	16	5,214	-1,214	1,475
7	6	3	18	36	9	2,429	0,571	0,326
8	7	1	7	49	1	-0,357	1,357	1,842
Σ	28	56	146	140	676	56,000	0	10,714

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{28}{7} = 4$

$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{56}{7} = 8$

حساب $\hat{a}$ و $\hat{\beta}$

$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{146 - 7 \cdot 4 \cdot 8}{140 - 7 \cdot 4^2}$ $\Rightarrow \hat{\beta} = -2,7857$

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$ $= 8 + 2,7857 \cdot 4 \Rightarrow \hat{a} = 19,143$

$\hat{y}_i = 19,143 - 2,7857 x_i$

وعليه فمعادلة خط الانحدار هي:

من خلال النتائج المتوصل إليها نجد أن قيمة $\hat{\beta}$ النتائج تتوافق مع النظرية اقتصادية

حيث $\hat{a}$: تمثل التأثير الحدي الطلبية حتى، لو كان السعر معدوما

$\hat{\beta} = -2,7857$ وقيمة $\hat{\beta}$ تعني أن إذا تغير السعر بوحدة واحدة

فإن الكمية المطلوبة تتغير بـ: $2,7857$، بإشارة سالبة

أي إذا ارتفع السعر بـ 100 دج فإن الطلب على قهوة السوق ينخفض بـ: 2,7857 كغ " تتوافق مع النظرية اقتصادية

Scanned with Fast Scan

(a)

$y_8 = 10$ نريد السعر x_8 عندما يكون

من معادلة خط الانحدار:

$\hat{y}_i = 19,143 - 2,7857 x_i$

$10 = 19,143 - 2,7857 x_8 \Rightarrow x_8 = \dfrac{10 - 19,143}{-2,7857} \approx 3,28$

حساب الأخطاء $\hat{\varepsilon}_i$:

$\hat{\varepsilon}_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 18 - [19,143 - 2,7857(1)] = 1,643$; $x_1 = 1$

$\hat{\varepsilon}_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 14 - [19,143 - 2,7857(2)] = 0,419$; $x_2 = 2$

$\hat{\varepsilon}_8 = y_8 - \hat{y}_8 = 1 - [19,143 - 2,7857(8)] = 1,357$

حساب معامل التحديد R^2:

$R^2 = \dfrac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \dfrac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = \dfrac{\hat{\beta}^2 \cdot \sum(x_i - \bar{x})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = \dfrac{\hat{\beta}^2 [\sum x_i^2 - n\bar{x}^2]}{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}$

$= \dfrac{(2,7857)^2 \cdot [140 - 7 \cdot 4^2]}{[776 - 7 \cdot (8)^2]}$

$= 0,9530$ أي: $95,3\%$

وهذا يعني أن $95,3\%$ من التغير الذي يطرأ في الطلب على الآلة سببها السعر

حساب معامل الارتباط r:

$r = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,9530} = -0,9762$

إذاً هناك ارتباط قوي بين الطلب على الآلة لسنة ما (y_i) وسعر هذه السنة (x_i) ولكن بإشارة سالبة أي هناك علاقة عكسية بين الطلب على الآلة وسعرها.

Scanned with Fast Scan

③

$\hat{\sigma}^2_\varepsilon = \frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{n-2} = \frac{19,714}{5} = 3,943$: تباين الخطأ

$S_{\hat{B}}$: الانحراف المعياري لتقدير

$S_{\hat{B}} = \sqrt{Var(\hat{B})} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_\varepsilon}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{3,943}{140 - [7 \cdot 14]^2}} = 0,27 = S_{\hat{B}}$

$S_{\hat{a}} = \sqrt{\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}\right] \hat{\sigma}^2_\varepsilon} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_\varepsilon}{n} + \frac{\bar{x}^2 \cdot \hat{\sigma}^2_{\varepsilon_i}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_\varepsilon}{n} + \bar{x}^2 \cdot Var(\hat{B})}$

$= \sqrt{\frac{3,943}{7} + (14)^2 \cdot 0,076}$

$S_{\hat{a}} = 1,23369$

أعطاء مجال الثقة لـ a, B

بالنسبة لـ (B):

$B \in [\hat{B} - S_{\hat{B}} \cdot t_{(n-2, 1-\frac{\alpha}{2})} ; \hat{B} + S_{\hat{B}} \cdot t_{(n-2, 1-\frac{\alpha}{2})}]$

$B \in [-2,7857 - 0,27 \cdot 2,571 ; -2,7857 + 0,27 \cdot 2,571]$

$t_{(n-2, 1-\frac{\alpha}{2})} = t_{5 ; 0,975} = 2,571$ حيث:

$B \in [-3,4798 ; -2,0916]$

بالنسبة لـ (a):

$a \in [\hat{a} - S_{\hat{a}} \cdot t_{(n-2, 1-\frac{\alpha}{2})} ; \hat{a} + S_{\hat{a}} \cdot t_{(n-2, 1-\frac{\alpha}{2})}]$

$a \in [19,143 - 1,233 \cdot 2,571 ; 19,143 + 1,233 \cdot 2,571]$

$a \in [15,971 ; 22,314]$

ولهذا يعني ان في 100 حالة [illegible] فإن 95 حالة [illegible]

أي أن [illegible] (a) تنتمي الى هذا المجال

$$\sigma^2_{\varepsilon} \in \left\{ \frac{(n-2)\cdot \hat{\sigma}^2_{\varepsilon}}{\chi^2_{(n-2,\frac{\alpha}{2})}} ; \frac{(n-2)\cdot \hat{\sigma}^2_{\varepsilon}}{\chi^2_{(n-2,1-\frac{\alpha}{2})}} \right\}$$

$$\sigma^2_{\varepsilon} \in \left\{ \frac{5 \cdot 2,143}{12,83} ; \frac{5 \cdot 2,143}{0,83} \right\}$$

$$\chi^2_{(n-2,\frac{\alpha}{2})} = \chi^2_{(5,\ 0,025)} = 12,83$$

$$\chi^2_{(5;\ 0,975)} = 0,83$$

$$\sigma^2_{\varepsilon} \in \{0,8352 ; 12,9096\}$$

لاختبار معنوية المعالم عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$

بالنسبة لـ (B)

الفرضيات:

$\begin{cases} H_0 : B = 0 \longrightarrow \text{المعلمة ليست معنوية (أي تختلق عن الصفر)} \\ H_1 : B \neq 0 \longrightarrow \text{المعلمة معنوية (أي تختلق عن الصفر)} \end{cases}$

تحت الفرضية الصفرية H_0 (أي تختلق عن الصفر)

$$t_{cal} = \frac{\hat{B} - B^0}{S_{\hat{B}}} = \frac{\hat{B}}{S_B} = \frac{-2,7257}{0,27} = \boxed{-10,32}$$

لدينا: $t_{tab} = t_{(n-2,1-\frac{\alpha}{2})} = t_{(5,0,975)} = 2,571$

القرار المتخذ: H_0

$|t_{cal}| > t_{tab} \Rightarrow H_0$ مرفوض

H_1: مقبول

وبالتالي المعلمة B تختلق معنويا عن الصفر (أي نقبل الفرضية H_1 القائلة أن B تختلق معنويا عن الصفر)

بالنسبة لـ (a)

$\begin{cases} H_0 : a = 0 \longrightarrow \text{المعلمة ليست معنوية} \\ H_1 : a \neq 0 \longrightarrow \text{المعلمة معنوية} \end{cases}$

Scanned with Fast Scan

$S_a = t_c = \frac{a}{S_a} \cdot \frac{19,143}{1,23} = 15,56$

$t_{(n-2,-1-\frac{\alpha}{2})} = 2.571$.

$|t_c| > t_{tab}$ ⇒ القرار: نقبل أن H_0: مرفوض

H_1: مقبول ⇒ a يسوى احصائيا

أحساب العتبة الحالية للعوز؟ عند $\alpha = 1\%$

نص الفرضيات: العوز ليس متأثر ⇒ $H_0: B = a = 0$; العوز متأثر ⇒ $H_1: \forall B \neq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} H_0: R^2_{ss} = 0 \\ H_1: R^2_{ss} \neq 0 \end{cases}$

لحساب فيشر الاحصائي نتبع

$$F_c = \frac{R^2/1}{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-2}} = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/n-2} = \frac{0,9530/1}{(1-0,9530)/15} = 101,73 = (t_{cal})^2$$

$$\frac{\sum \varepsilon_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$$

$F_{tab} = F(1; n-2, \alpha) = F(1, 15, 0,05) = 6,61 = (t_{tab})^2$

$F_c > F_{tab}$ ⇒ القرار: نقبل أن H_0: مرفوض

H_1: مقبول ⇒ العوز متأثر

أي أن العلاقة الموجودة تمثل العلاقة بين الكتلة الرطبة / الكتلة الجافة للسمك في معادلة تمثل جيدا.

البرهان 93

1. البرهان:

لدينا:

$$E(\varepsilon_i) \overset{?}{=} 0$$

$$y_i = a + B x_i + \varepsilon_i \quad , \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{B}\bar{x}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_i = y_i - a - B x_i$$

$$E(\varepsilon_i) = E[y_i - a - B x_i]$$

بالتعويض عن قيمة a:

$$E(\varepsilon_i) = E[y_i - (\bar{y} - B\bar{x}) - B x_i]$$

$$= E(y_i) - E\bar{y} - BE\bar{x} - B E x_i$$

$$= E y_i - n\bar{y} + Bn\bar{x} - B E x_i$$

$$= n\bar{y} - n\bar{y} + Bn\bar{x} - Bn\bar{x} = 0 = E(\varepsilon_i)$$

2.

$$Var(\varepsilon_i) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)]^2$$

$$= E[\varepsilon_i]^2 = \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

3:

$$Cov(x_i, \varepsilon_i) = E\{[x_i - E(x_i)]\cdot[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)]\}$$

$$= E[x_i \varepsilon_i - E(x_i)\cdot\varepsilon_i]$$

$$= E(x_i \cdot \varepsilon_i) - E(x_i)\cdot E(\varepsilon_i) = 0$$

Scanned with Fast Scan