سلسلة أعمال موجهة رقم 2 (الجزء الأول)

التمرين الأول:

ليكن لدينا مجتمعا احصائيا يحتوي على المشاهدات التالية: 1 3 2 4

نسحب عشوائيا عينة حيث $n=2$ (سحب في ان واحد بدون إرجاع)

1. أحسب المتوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري للمجتمع
2. أحسب الوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة
3. قارن بين الوسط الحسابي للمجتمع مع الوسط الحسابي للعينة، وكذلك التباين والانحراف المعياري

التمرين الثاني :

ليكن لدينا مجتمعا عدد عناصره $N= 1000$ ، وسطه الحسابي $\mu = 10$ ، و انحرافه المعياري $\sigma=3$ ، نسحب عينة عشوائية عدد عناصرها n من هذا المجتمع ، استنتج قانون توزيع المعاينة للوسط الحسابي حسب الحالات التالية

- a. $n= 40$ و السحب تم بالإرجاع
- b. $n= 80$ و السحب تم بدون ارجاع
- c. $n= 300$ و السحب بدون ارجاع

التمرين الثالث:

تحتوي مؤسسة على 800 عامل، متوسط أجرهم 30000 دج وانحرافه المعياري 8000 دج، نسحب عشوائيا عينة من عمال المؤسسة، أحسب الاحتمالات المتعلقة بالوسط الحسابي في العينة حسب الحالات التالية:

1. لا يزيد متوسط الأجر عن 28000 دج في عينة من 36 عامل (سحبت بدون ارجاع)
2. لا يفوق متوسط الأجر 35000 دج في عينة من 50 عامل (سحبت بدون ارجاع)
3. يتراوح متوسط الأجر بين 26000 و 24000 دج في عينة من 40 عامل (سحبت بالإرجاع)

التمرين الرابع :

تخضع معدلات الطلبة في كلية معينة الى توزيع طبيعي وسطه الحسابي 10,5 و انحرافه المعياري 4

- أحسب احتمال أن لا يزيد متوسط معدلات عينة من (25) طالب عن 9,5

سلسلة أعمال موجهة رقم 2 - الجزء الثاني -

التمرين الخامس:

البيانات التالية متعلقة بمعدلات طلبة السنة الأولى في الكليتين A و B

الكلية B	الكلية A
$\mu_2 = 11,8$	$\mu_1 = 10,5$
$\sigma_2 = 5$	$\sigma_1 = 3,5$

نسحب عينتين عشوائيتين من الكليتين حجمهما 64 و 36 على الترتيب

- أحسب مقدار الاحتمال التالي:

$$P(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \leq -1,5)$$

التمرين السادس:

نسبة المدخنين في مدينة معينة هي % 40 = P

- نسحب عينة عشوائية (40) شخص من سكان هذه المدينة

المطلوب:

- أحسب احتمال ألا تزيد نسبة المدخنين في العينة عن 30 %

التمرين السابع:

نسبة الناجحين خلال الدورة العادية في كلية الاقتصاد و كلية الحقوق هي 35 % و 40 % على التوالي، نسحب عينتين عشوائيتين من الطلبة الناجحين حجمها (40) و (50) طالب من الكليتين على التوالي

- أحسب الاحتمال التالي:

$$P(\bar{p}_1 - \bar{p}_2 \leq 0,05)$$

الحالة 3 - $n = 300$ (عدد دون اربعة)
نوزع $n = 300 \Rightarrow n \geq 30$

عدد دون اربعة (كسفر مقام $\mu = 10$)

$$\Rightarrow \mu_{\bar{X}} = \mu = 10$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{3}{\sqrt{300}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{3}{17,32} = 0,173$$

$$\Rightarrow \bar{X} \sim N(10, 0,173)$$

⑤ الوسيط الحسابي، المتباين والاطرفان الحسابي لتوزيع العتامة

$N=4$ $n=2$ (عدد عتامة واحد دون ارقام)

الطلة = العتامة
 $C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ cases

الطالوت	$\bar{x}$	$(\bar{x} - \mu)^2$
(1, 3)	2	0,25
(1, 2)	1,5	1
(1, 4)	2,5	0
(3, 2)	2,5	0
(3, 4)	3,5	1
(2, 4)	3	0,25
Σ	15	2,5

- متوسط توزيع العتامة $\mu_{\bar{x}}$

$\mu_{\bar{x}} = \frac{\Sigma \bar{x}_i}{n} \Rightarrow \mu_{\bar{x}} = \frac{15}{6}$

$\Rightarrow \mu_{\bar{x}} = 2,5$

- تباين توزيع العتامة $\frac{n}{N} = \frac{2}{4} = 0,5$

عامل الخطأ $\Rightarrow 500 \times \frac{n}{N} = 250$

→

صحة

التحريتي الموزون

① حساب المتوسط الحسابي، التباين والاطرفان الحسابي لتوزيع

الوسيط الحسابي $E = \{1, 3, 2, 4\}$

$\mu = \frac{\Sigma x_i}{N} = \mu = \frac{1+3+2+4}{4}$

متوسط التباين $\mu = 2,5$

② حساب التباين والاطرفان الحسابي

x_i	$(x_i - \mu)^2$
1	2,25
3	0,25
2	0,25
4	2,25
Σ	5

$\sigma_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \mu)^2}{N}$

$\Rightarrow \sigma_x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \sigma_x = 1,25$

$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \mu)^2}{N}} = \sigma_x = \sqrt{\frac{5}{4}}$

الاطرفان الحسابي $\sigma_x = 1,118$

استنتاج قانون توزيع العينة = t_{x_2}

$N = 1000$ $\mu = 10$ $\sigma = 3$
 الحالة 1 $n = 40$ (عدد العينة)
 $n > 30$ ، توزيع العينة العنصرية هو العنصرية

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 10$
 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\Rightarrow$ كلما زاد عدد العينة كلما قل الخطأ المعياري
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{\sqrt{40}} = \frac{3}{6,324} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0,474$

$\bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \Rightarrow \bar{x} \sim N(10, 0,474)$

الحالة 2 $n = 80$ (عدد العينة)
 $n > 30$ توزيع عينة عنصرية
 $\frac{n}{N} = \frac{80}{1000} = 0,08 > 0,05$
 نسبة العينة من المجتمع أكبر من 5%

$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{\sqrt{80}} \sqrt{\frac{1000-80}{1000-1}}$
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{8,944} \sqrt{0,92} = 0,058$

$\bar{x} \sim N(10, 0,058)$

سأشرح توزيع العينة
 $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum (x_i - \mu_{\bar{x}})^2}{n}$
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{2,5}{6} = \frac{2,5}{6} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0,416$

الحالة 3 (مباراة) لتوزيع العنصرية

$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu_{\bar{x}})^2}{n}}$
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{0,416} = 0,645$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{1,118}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{4-2}{4-1}}$
 $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{1,118}{1,414} \sqrt{0,6666}$

$\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0,645$

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 2,5$

KAYA R

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{n+1}{n-1}}\right)$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{n+1}{n-1}} = \frac{8000}{\sqrt{750}} \sqrt{\frac{8000-50}{7999}} = \frac{8000}{7,071} (0,9938)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1124,36}$$

$$\Rightarrow \bar{X} \sim N(30.000, 1124,36)$$

$$P(\bar{X} \leq 33.000) = P\left(Z \leq \frac{33.000 - 30.000}{1124,36}\right) = P(Z \leq 2,667) = \Phi(2,667) = 0,994$$

$$\Rightarrow P(\bar{X} \leq 33.000) = 0,999$$

(3) $n=40$ (اربع) $\Rightarrow$ $n=40$ (اربع) $\Rightarrow$ $n=40$ (اربع)

$$P(24.000 \leq \bar{X} \leq 26.000)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{8000}{\sqrt{40}} = \frac{8000}{6,324}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1265,02$$

$$\boxed{\bar{X} \sim N(30.000, 1265,02)}$$

تابع كثافة الاحتمال

$$N=800 \quad \mu=30.000 \quad \sigma=8000$$

$$P(\bar{X} \leq 28.000) = ?$$

$n=36 \Rightarrow$ (اربع)

$$\frac{n}{N} = \frac{36}{800} = 0,045 < 0,05$$

$\Rightarrow$ (اربع)

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\mu=30.000 \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{8000}{\sqrt{36}} = \frac{8000}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1333,33$$

$$\Rightarrow \bar{X} \sim N(30.000, 1333,33)$$

$$P(\bar{X} \leq 28.000) = P\left(Z \leq \frac{28.000 - 30.000}{1333,33}\right)$$

$$= P(Z \leq -1,5)$$

$$\Rightarrow P(Z \leq -1,5) = 1 - P(Z \leq 1,5) = 1 - \Phi(1,5) = 1 - 0,933$$

$$\Rightarrow P(\bar{X} \leq 28.000) = 0,067$$

(4) $n=50$ (اربع)

$$\frac{n}{N} = \frac{50}{800} = 0,0625 > 0,05$$

(4,978)

$$\begin{aligned}
 P(\bar{X} < 9,5) &= P\left(Z < \frac{9,5 - 10,5}{0,8}\right) \\
 &= P(Z < -1,25) \\
 &= 1 - P(Z \leq 1,25) \\
 &= 1 - \Phi(1,25) \\
 &= 1 - 0,8944 = 0,1056
 \end{aligned}$$

$$P(\bar{X} < 9,5) = 0,1056$$

Handwritten signature

$$\begin{aligned}
 P(9,000 < \bar{X} < 9,600) &= \frac{P(9,000 - 10,000 < Z < \frac{9,600 - 10,000}{0,8})}{\sqrt{0,64}} \\
 &= P(-4,743 < Z < -3,125) \\
 &= P(Z < -3,125) - P(Z < -4,743) \\
 &= [1 - \Phi(3,125)] - [1 - \Phi(4,743)] \\
 &= 1 - 0,9999 - 1 + 0,99999 \\
 &= 0,00009
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(9,000 < \bar{X} < 9,600) = 0,00009$$

Eligible for award

total = 5,000

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{X}})$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{4}{\sqrt{25}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = 0,8$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 10,5$$

$$P(Z \leq -1,89) = 1 - P(Z \leq 1,89) \\ = 1 - \Phi(1,89) \\ = 1 - 0,901 =$$

$$\Rightarrow P(\bar{p} \leq 0,3) = 0,099201$$

التوزيع البينومالي

$$p = 0,4 \quad q = 0,6$$

$$q = 1 - p \Rightarrow q = 1 - 0,4$$

$$\Rightarrow q = 0,6$$

التوزيع السامع

$$p_1 = 0,35$$

$$q_1 = 1 - 0,35$$

$$\Rightarrow q_1 = 0,65$$

$$n_1 = 40$$

$$p_2 = 0,4$$

$$q_2 = 1 - p_2$$

$$\Rightarrow q_2 = 1 - 0,4$$

$$\Rightarrow q_2 = 0,6$$

$$n_2 = 50$$

$$P(p_1 - p_2 \leq 0,05)$$

$$p_1 - \bar{p} \sim N\left(\sqrt{p_1 q_1}, \sqrt{p_1 - p_2}\right)$$

$$\cup \bar{p} \sim N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}})$$

$$\sqrt{p_1 + p_2} = p_1 - p_2 = \sqrt{p_1 + p_2} = 0,1 \Rightarrow 0,05$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = -0,05$$

$$\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{\left(\frac{0,35(0,65)}{40}\right) + \left(\frac{0,4(0,6)}{50}\right)}$$

$$\sigma_{p_1 - p_2} = \sqrt{0,0056 + 0,0048}$$

$$\Rightarrow \sigma_{p_1 - p_2} = 0,1019$$

$$n = 40 \Rightarrow n \geq 30$$

$$\bar{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

$$\sqrt{\bar{p}} = p \Rightarrow \sqrt{p} = 0,4$$

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{0,4(0,6)}{40}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{p}} = 0,077$$

$$\bar{p} \sim N(0,4, 0,077)$$

$$P(\bar{p} \leq 0,3) = ?$$

$$\bar{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

$$z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \quad z \sim N(0, 1)$$

$$P(\bar{p} \leq 0,3) = P\left(z \leq \frac{0,3 - 0,4}{0,077}\right)$$

$$= P(z \leq -1,89)$$

(8)

التوزيع الطبيعي

$$P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq -1,5) = ?$$

$$\mu_1 = 18,5 \quad \mu_2 = 18,8$$

$$\sigma_1 = 3,1 \quad \sigma_2 = 5$$

$$n_1 = 250 \quad n_2 = 36 \quad n_2 = 64$$

$$\Rightarrow \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}\right)$$

$$\Rightarrow P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq -1,5) = P\left(Z \leq \frac{-1,5 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{-1,5 - (-0,3)}{\sqrt{3,1^2/250 + 5^2/36}}\right)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{-1,2}{\sqrt{0,03844 + 0,39}}\right)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{-1,2}{\sqrt{0,42844}}\right) = P(Z \leq -1,844)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq -1,844\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-1,844} e^{-z^2/2} dz$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-1,844} e^{-z^2/2} dz = 0,033$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{0,34 + 0,39}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = 0,83$$

$$X_1 - X_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

$$\mu_1 - \mu_2 = 18,5 - 18,8$$

$$\mu_1 - \mu_2 = -0,3$$

$$X_1 - X_2 \sim N(-0,3, 9,83)$$

$$P(X_1 - X_2 \leq -1,5)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{-1,5 - (-0,3)}{\sqrt{9,83}}\right)$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{-1,2}{\sqrt{9,83}}\right) = P\left(Z \leq -0,384\right)$$

$$= P\left(Z \leq -0,384\right)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq 0,384\right)$$

$$= 1 - \Phi(0,384)$$

$$= 1 - 0,6494 = 0,3506$$

$$= 1 - 0,594 = 0,406$$

$$P(X_1 - X_2 \leq -1,5) = 0,406$$