الإحصاء 3 **د قارة إبراهيم**

التمرين

تخضع أجور العمال في مؤسسة معينة الى توزيع طبيعي وسطه الحسابي μ وانحرافه المعياري σ

المطلوب :

1. اذا علمت أن 80 % من الأجور محصورة بينμ -7680 وμ +7680،فماهي قيمة σ ؟
2. اذا علمت أن 67 % من العمال ا تقل اجورهم عن 20704 دج ، فما هي قيمة μ ؟
3. ماهي نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 18000 دج و 23000دج ؟
4. تريد المؤسسة زيادة أجور 20% من العمال ذوي الدخل المنخفض، فما هو اقصى أجر يجب الحصول عليه للاستفادة من هذه الزيادة؟

الحل

حساب قيمة σ

80 % من الأجور محصورة بينμ -7680 وμ +7680،

$$P(\mu - 7680 \leq X \leq \mu - 7680) = 0{,}8$$

On pose $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $Z \sim N(0,1)$

$$P(\mu - 7680 \leq Z \leq \mu - 7680)$$

$$= P\left(\frac{\mu - 7680 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\mu + 7680 - \mu}{\sigma}\right) = 0{,}8$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{-7680}{\sigma} \leq Z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) = 0{,}8$$

$$\Rightarrow P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) - P\left(z \leq -\frac{7680}{\sigma}\right) = 0{,}8$$

$$\Rightarrow P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) - \left[1 - P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right)\right] = 0{,}8$$

$$\Rightarrow P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) - 1 + P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) = 0{,}8$$

$$\Rightarrow 2\,P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) = 1{,}8 \Rightarrow P\left(z \leq \frac{7680}{\sigma}\right) = 0{,}9$$

$$on\ pose\ \ a' = \frac{7680}{\sigma} \ \Rightarrow\ P(z \leq a') = 0{,}9$$

$$\Rightarrow \emptyset(a') = 0{,}9 \Rightarrow a' = 1{,}28\ (\ table\ loi\ normale\ )$$

$$1{,}28 = \frac{7680}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{7680}{1{,}28} \quad \Rightarrow \boldsymbol{\sigma = 1600}$$

حساب قيمة μ

67 % من العمال تقل أجورهم عن 20704 دج ، فما هي قيمة μ

$$P(\ X\ \leq 20704\ ) = 0{,}67$$

On pose $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $Z \sim N(\ 0,1\ )$

$$P(\ X\ \leq 20704\ ) = P\left(\ z\ \leq \frac{20704-\mu}{1600}\right) = 0{,}67$$

$$on\ pose\ \ b' = \frac{20704-\mu}{1600} \Rightarrow P(\ z\ \leq\ b') = 0{,}67$$

$$\Rightarrow \emptyset(b') = 0{,}67 \Rightarrow b' = 0{,}44\ \ (\ table\ loi\ normale\ )$$

$$\Rightarrow\ 0{,}44 = \frac{20704-\mu}{1600} \Rightarrow\ 704 = 20704 - \mu$$

$$\boldsymbol{u = 20000}$$

نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 18000 دج و 23000دج

$$P(18000 \leq X \leq 23000) = ?$$

On pose $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $Z \sim N(\ 0,1\ )$

$$\Rightarrow P(18000 \leq X \leq 23000)$$

$$= P\left(\frac{18000-20000}{1600} \leq Z \leq \frac{23000-20000}{1600}\right)$$

$$= P(\ -1{,}25 \leq Z \leq 1{,}875)$$

$$= P(Z \leq 1{,}875) - P(Z \leq -1{,}25)$$

$$= P(Z \leq 1{,}875) - [1 - P(Z \leq 1{,}25)]$$

$$= P(Z \leq 1{,}875) - 1 + P(Z \leq 1{,}25)$$

$$= \emptyset(1{,}875) - 1 + \emptyset(1{,}25)$$

$$= 0{,}969 - 1 + 0{,}894 = \mathbf{0{,}863 = 86{,}3\%}$$

نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 18000 دج و 23000دج هي **86,3 %**

تريد المؤسسة زيادة أجور 20% من العمال ذوي الدخل المنخفض، فما هو اقصى أجر يجب الحصول عليه للاستفادة من هذه الزيادة؟

اذا اعتبرنا الحد الأقصى للاجر هو C فيمكن كتابة ما يلي :

$$P(X \leq c) = 0{,}2$$

$$\text{On pose } Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad , \quad Z \sim N(0,1)$$

$$P(X \leq c) = P\left(Z \leq \frac{c - 20000}{1600}\right) = 0{,}2$$

$$on\ pose \quad -c' = \frac{c - 20000}{1600} \Rightarrow P(Z \leq -c') = 0{,}2$$

$$\Rightarrow 1 - P(Z \leq c') = 0{,}2$$

$$\Rightarrow P(Z \leq c') = 0{,}8$$

$$\Rightarrow = \emptyset(c') = 0{,}8 \Rightarrow c' = \mathbf{0{,}84}$$

$$-c' = \frac{c - 20000}{1600} \Rightarrow -0{,}84 = \frac{c - 20000}{1600}$$

$$\Rightarrow c - 20000 = -1344$$

$$\Rightarrow \mathbf{c = 18656}$$

الحد الأقصى للأجر هو 18656 دج