- سلسلة الأعمال الموجهة رقم 03 -

التمرين الأول :

① كتابة النموذج بصيغة المصفوفة :

$$MAX\ Z = \begin{bmatrix} 100 & 60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 6 & 9 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} 40 \\ 108 \\ 96 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \geqslant \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

② النموذج المعياري :

ملاحظات :

* إذا كان القيد من الشكل $\leqslant$ نضيف متغيرا متمما (أساسيا) إلى الطرف الأيسر من المتباينة

مثال ①: $2x_1 + 4x_1 \leq 21$ ⇝ $2x_1 + 4x_1 + x_3 = 21$

x_3 — متغير أساسي

* إذا كان القيد على الشكل $\geqslant$ نطرح من الطرف الأيسر متغيرا أكد (متمم) ونضيف متغير آخر يسمى بالمتغير الاصطناعي.

مثال ②: $x_1 + 3x_2 \geqslant 15$ ⇝ $x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 15$

x_3 : متغير متمم.

x_4 : متغير اصطناعي

* ضرورة وجود أعمدة أحادية في جدول simplexe

* المتغيرات التي نضيفها في المتباينات يجب أن تشكل أعمدة أحادية :

- في الحالة ① المتغير المتمم له إشارة (+) يشكل العمود الأحادي .

- في الحالة ② المتغير المتمم له إشارة (-) لا يشكل عمود أحادي، وعليه يجب إضافة متغير اصطناعي بالإشارة (+) وبالتالي يشكل العمود الأحادي .

* إذا كان القيد على الشكل = نضيف إلى الطرف الأيسر من المتباينة متغيرا اصطناعيا .

- في هذه الحالة لا نحتاج إلى متغير متمم ولكن نضيف متغير اصطناعي للحصول على العمود الأحادي.

- المتغيرات الاصطناعية ليس لها معنى اقتصادي

بالنسبة لدالة الهدف :

- المتغيرات المتممة (الراكدة) تأخذ دائما المعامل 0 في دالة الهدف .

- المتغيرات الاصطناعية تأخذ المعامل +M إذا كان الهدف Min و -M إذا كان الهدف MAX .

$$MAX\ Z = 100x_1 + 60x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 12x_2 + x_3 = 40 \\ 6x_1 + 9x_2 + x_4 = 108 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_5 = 96 \end{cases}$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = \overline{1,5}$$

التمرين الثاني :

① النموذج المعياري :

$$MAX\ Z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 18 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_6 = 25 \end{cases}$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = \overline{1,6}$$

② حل النموذج بطريقة Simplexe :-

I) جدول الحل الابتدائي To :

معاملات المتغيرات في دالة الهدف

To :

		c_j	2	3	4	0	0	0	
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
0	X_4	20	1	1	1	1	0	0	20
0	X_5	18	2	1	2	0	1	0	09
0	X_6	25	3	4	2	0	0	1	12,5
	Z_j	0	0	0	0	0	0	0	
	$D_j = C_j - Z_j$		2	3	4	0	0	0	

↑ أكبر قيمة في السطر $C_j - Z_j$

الطرف الأيمن من المتباينة b_i ← ز $\theta = \frac{b_i}{A_{ij}}$

$\theta = \frac{b_i}{X_3}$.

بما أن كل قيم $C_j - Z_j$ لسبت ≥ 0:

فإن الحل ليس أمثل.

- نقوم بعملية تحسين الحل، أي الانتقال من جدول To simplexe إلى جدول آخر T_1.

T_1 :

		c_j	2	3	4	0	0	0	
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
0	X_4	11	0	1/2	0	1	-1/2	0	22
4	X_3	9	1	1/2	1	0	1/2	0	18
0	X_6	7	1	3	0	0	-1	1	2,33
	Z_j	36	4	2	4	0	0	0	
	$D_j = C_j - Z_j$		-2	1	0	0	0	0	

Z_j : الأرباح الاقتصادية (المضحى بها من أجل إنتاج X_3, X_2, X_1).

D_j : هو المؤشرات الأمثلية في الدالة الاقتصادية

$Z_j = \sum X_j \cdot b_i$

تحسين الحل : الانتقال من جدول الى آخر ⇐ تغيير الأساس، يعني أن هناك متغير جديد يدخل الأساس مقابل متغير أساسي يغادر الأساس

معيار الدخول : يدخل الى الأساس المتغير الذي يقابل أكبر قيمة موجبة في السطر D_j في حالة MAX، أما في حالة Min يدخل الأساس المتغير الذي يقابل أصغر قيمة في الصف D_j.

معيار الخروج : ما هو المتغير المغادر للأساس؟

- يجب قسمة قيم العمود b_i على القيم الموجودة في العمود المقابل للمتغير الداخل ونضع القيم المتحصل عليها في عمود جديد θ.

- المتغير المغادر هو المتغير الذي يقابل أصغر قيمة θ

تحديد العنصر المحوري : هو العنصر الموجود عند تقاطع العمود المقابل للعنصر الداخل مع السطر المقابل للعنصر الخارج.

كتابة الجدول الجديد :

① قسمة قيم السطر المحوري على العنصر المحوري.

② المتغيرات الأساسية يجب أن تحتفظ على أحادية الأعمدة (أحادية الأعمدة).

③ بقية العناصر في المصفوفة $[A_{ij}]$ تحسب وفقا للعلاقة التالية :

العنصر القديم − العنصر الجديد

العنصر المقابل له في العمود المحوري × العنصر المقابل له في السطر المحوري

العنصر المحوري (عنصر التوان).

$e_1 = 20 - \frac{1 \times 18}{2} = 1$

$e_3 = 25 - \frac{2 \times 18}{2} = 7$ .....

اختبار المثالية من جديد : لسبت كل قيم $D_j \geq 0$

تكرر نفس العمليات السابقة.

T_1 :

			3	4	3	0	0	0	
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
0	X_4	160	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	80 ⊛
0	X_5	1800	1	0	0	0	1	$-\frac{4}{3}$	1800
4	X_2	400	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{6}$	800
Z_j		1600	2	4	2	0	0	$\frac{2}{3}$	
$D_j = C_j - Z_j$			1	0	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	

الحل ليس أمثل لأنه توجد قيمتين ≤ 0

نقوم بعملية تحسين الحل، أي الانتقال إلى الجدول الموالي

T_2 :

			3	4	3	0	0	0	
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
3	X_1	80	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{6}$	—
0	X_5	1720	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{7}{6}$	—
4	X_2	360	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	720 ⊛
Z_j		1680	3	4	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	
$D_j = C_j - Z_j$			0	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	

بما أنه توجد قيمة موجبة في السطر Z_j فإن الحل ليس أمثل.

			3	4	3	0	0	0
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
3	X_1	80	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{6}$
0	X_5	1720	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{7}{6}$
3	X_3	720	0	2	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
Z_j		2400	3	6	3	0	0	1
$C_j - Z_j$			0	-2	0	0	0	-1

$Z = 2400$: الحل أمثل $\leftarrow$ جميع قيم $C_j - Z_j \leq 0$

$X_1^* = 80$, $X_2^* = 0$, $X_3^* = 720$.

T_2 :

			3	4	3	0	0	0
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
0	X_4^*	$\frac{59}{6}$	$-\frac{1}{6}$	0	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
4	X_3^*	$\frac{47}{6}$	$\frac{5}{6}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$
3	X_2^*	$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
Z_j		$\frac{115}{3}$	$\frac{13}{3}$	3	4	0	1	$\frac{2}{3}$
$D_j = C_j - Z_j$			$-\frac{7}{3}$	0	0	0	-1	$-\frac{2}{3}$

بما أن جميع قيم $C_j - Z_j \leq 0 \rightarrow T_2$ هو الحل الأمثل

حيث :

$Z = \frac{115}{3}$, $X_1^* = 0$, $X_2^* = \frac{7}{3}$, $X_3^* = \frac{47}{6}$

$X_4^* = \frac{59}{6}$, $X_5^* = 0$, $X_6^* = 0$

التمرين الثاني :

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 960 \\ 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + x_5 = 5000 \\ 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_6 = 2400 \\ x_j \geq 0 \ , \ j = \overline{1,6} \end{cases}$$

T_0

			3	4	3	0	0	0	
C_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	θ
0	X_4	960	3	2	1	1	0	0	480
0	X_5	5000	5	8	4	0	1	0	625
0	X_6	2400	3	6	3	0	0	1	400 ⊛
Z_j		0	0	0	0	0	0	0	
$D_j = C_j - Z_j$			3	4	3	0	0	0	

المتغير الداخل : X_2 ، المتغير الخارج : X_6

عنصر الارتكاز : 6 .

كل قيم Z_j ليست $\leq 0 \rightarrow$ الحل ليس أمثل .