سلسلة الأعمال الموجهة رقم 04

التمرين الأول:

كتابة النموذج المعياري:

$$\text{Min } Z = 4x_1 + x_2 + MA_1 + 0x_3 + MA_2 + 0x_4$$

$$s/c \begin{cases} 3x_1 + x_2 + A_1 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + A_2 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 3 \\ x_j \geq 0,\ j = \overline{1,5} \end{cases}$$

التمرين الثاني:

النموذج المعياري:

$$\text{Min } Z = 10x_1 + 30x_2 + 0x_3 + MA_1 + 0x_4 + MA_2 + 0x_5 + MA_3$$

$$s/c \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + A_1 = 6 \\ 6x_1 + x_2 - x_4 + A_2 = 6 \\ x_2 - x_5 + A_3 = 2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1,5}$$

$$A_i \geq 0,\ i = \overline{1,3}$$

(T0)

C_j		V_B	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	A_1	A_2	A_3	θ
		C_j		10	30	0	0	0	M	M	M	
M		A_1	6	3	2	-1	0	0	1	0	0	2
M		A_2	6	6	1	0	-1	0	0	1	0	1
M		A_3	2	0	1	0	0	1	0	0	1	/
Z_j	Z_j		$9M$	$9M$	$4M$	$-M$	$-M$	$-M$	M	M	M	
$C_j - Z_j$				$10-9M$	$30-4M$	M	M	M	0	0	0	

← أصغر قيمة (أو أكبر القيمة المطلقة)

كل قيم $C_j - Z_j$ لسنا ≥ 0 ← نستمر في الحل لنبحث عن T_1 أمثل

(T1)

C_j		V_B	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	A_1	A_2	A_3	θ
		C_j		10	30	0	0	0	M	M	M	
M		A_1	3	0	0	$3/2$	-1	$1/2$	0	1	$-1/2$	2
10		x_1	1	1	0	$1/2$	0	$-1/2$	0	0	$1/2$	2
M		A_3	2	0	0	-1	0	-1	0	0	1	2
Z_j	Z_j		$10+5M$	10	$\frac{10}{3}+\frac{5}{2}M$	$-M$	$-10/6+M/2$	$-M$	M	M	$10-3M/6$	
$C_j - Z_j$				0	$-15M+170/6$	M		M	0	0	0	

- بما أنه توجد قيمة سالبة في السطر $Z_j - C_j$ فإن الجدول T_1 ليس أمثل.
- لاحظ حلة أمثل.
- ننتقل إلى T_2

(T2)

C_j		V_B	b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	A_1	A_2	A_3	θ
		C_j		10	30	0	0	0	M	M	M	
M		A_3	0	$2/3$	0	$2/3$	-1	$1/3$	0	1	$-1/3$	0*
10		x_1	$2/3$	1	0	$1/3$	0	$-1/3$	0	0	$1/3$	2
30		x_2	2	0	1	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	$-2/3$	/
Z_j	Z_j		$\frac{20}{3}+\frac{2}{3}M$	10	30	$-10/3+2/3M$	$-M$	$10/3-1/3M$	M	M	$-10/3+4/3M$	
$C_j - Z_j$				0	0	$10/3-2/3M$	M	$-10/3-1/3M$	0	0	$10/3-4/3M$	

- بما أنه توجد قيمة سالبة في السطر $Z_j - C_j$ فإن الحل ليس أمثل.
- ننتقل إلى الجدول T_3.

T_3

c_j			30	10	0	
$c_j - z_j$	V_B	b_i	X_2	X_1	X_3	z_j
10	X_1	2	1	1	0	10
30	X_2	2/3	0	0	1/3	10
0	X_3	2	0	0	1	0
0	X_4	5/3	0	-2/3	-1/3	-10/3
M	A_1	8/3	0	5/3	-1/3	10/3
M	A_2	/	/	/	/	/
M	A_3	/	/	/	/	/

بما أن جميع قيم $c_j - z_j \leq 0$ فإن الجدول T_3 يمثل الحل الأمثل
$Z = \frac{200}{3}$ u.m ; $X_1^* = \frac{10}{3}$; $X_2^* = \frac{20}{3}$; $X_3^* = 2$; $X_4^* = 0$; $X_5^* = 0$; $X_6^* = 0$; $X_7^* = 0$ حيث

على قيم العمود θ.

أقل قيمة في θ تقابل المتغير المغادر الأساس

			6	8	0	0	M
c_j	V_B	b_i	X_1	X_2	X_3	X_4	A_1
8	X_2	5	1/2	1	-1/4	0	/
0	X_4	15	11/2	0	5/4	1	/
z_j		40	4	8	-2	0	/
$c_j - z_j$			2	0	2	0	/

بما أن جميع قيم $c_j - z_j \leq 0$ نقول أننا توصلنا إلى الحل الأمثل حيث :

$Min Z = 40$ u.m ; $X_1^* = 0$, $X_2^* = 5$, $X_3^* = 0$

$X_4^* = 15$

التمرين الثالث :

إيجاد النموذج الثنائي (DUAL) :

$$Min Z = 4x_1 + x_2$$

$$s/c \begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 4 & \text{---- } \times(-1) \\ 3x_1 - x_2 = 3 & \text{---- } : 3x_1 - x_2 \geqslant 3 \\ & \wedge\ 3x_1 - x_2 \leq 3 \times(-1) \\ 4x_1 + 3x_2 \geqslant 6 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

$$Min Z = 4x_1 + x_2$$

$$s/c \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \geqslant -4 \\ 3x_1 - x_2 \geqslant 3 \\ -3x_1 + x_2 \geqslant -3 \\ 4x_1 + 3x_2 \geqslant 6 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

$$MAX Z = -4y_1 + 3y_2 - 3y_3 + 6y_4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -y_1 + 3y_2 - 3y_3 + 4y_4 \leqslant 4 \\ 2y_1 - y_2 + y_3 + 3y_4 \leqslant 1 \\ y_1, y_2, y_3, y_4 \geqslant 0 \end{cases}$$

بوضع $y_1' = -y_1$ ، $y_2' = -y_2$ ، $y_3' = -y_3$ ، $y_4' = y_4$ نحصل على النموذج الثنائي المطلوب :

$$Max z = 4y_1' - 3y_2' + 3y_3' + 6y_4' \qquad i = \overline{1,4}$$

$$\begin{cases} y_1' - 3y_2' + 3y_3 + 4y_4' \leq 4 \\ -2y_1' + y_2' - y_3' + 3y_4' \leq 1 \end{cases} \qquad y_i' \geqslant 0$$

$$Min Z = 6x_1 + 8x_2 + 0x_3 + 0x_4 + MA_1$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + A_1 = 20 \\ 8x_1 + 5x_2 + x_4 = 40 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, A_1 \geqslant 0 \end{cases}$$

T_0

			c_j	6	8	0	0	M	
c_j	V_B	b_i		X_1	X_2	X_3	X_4	A_1	θ
M	A_1	20		2	4	-1	0	1	5
0	X_4	40		8	5	0	1	0	8
z_j		20M		2M	4M	-M	0	M	
$c_j - z_j$				6-2M	8-4M	M	0	0	

الحل ليس أمثل لأن كل قيم $c_j - z_j$ ليست أكبر من أو يساوي الصفر (عدم تحقق شرط $c_j - z_j \geqslant 0$)

[أكبر عدد بالقيمة المطلقة أو أقل عدد $8-4M$: يقابل المتغير الداخل إلى الأساس]

- بقسمة قيم b_i على قيم عمود المتغير X_2 نحصل