المحاضرة الرابعة: التقييم القياسي

يقصد بالتقييم القياسي محاولة اختبار معنوية البواقي العشوائية التي تم وضعها سلفاً. اي مدى احترام النموذج المقدر لهذه الفرضيات

او بمعنى اخر يقصد بهذا التقييم التطرق الى المشاكل التي

يمكن ان تواجه الباحث اثناء قياسه بإستعانة القياسية

ويمكن ان نترجم هذه المشاكل في ثلاثة اقوال هي:

1- مشكل الارتباط الذاتي للاخطاء: اي $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$

2- التعدد الخطي: $\forall x_1, x_2 \neq 0$ اي وجود ارتباط بين المتغيرات المستقلة

3- عدم ثبات التباين: $Var(\varepsilon_i) \neq \sigma^2$

- اولا: الارتباط الذاتي للاخطاء:

نعني بمشكلة الارتباط الذاتي للاخطاء اي وقوع خطأ في فترة زمنية t يكون بسبب تأثير خطأ اخر وقع في الفترة $t-1$

ومعنى اخر يمكننا القول $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$ اذا

- اسباب الارتباط الذاتي:

يمكننا تلخيص اهم اسباب الارتباط الذاتي في النقاط التالية:

- اهمال بعض المتغيرات المفسرة (المستقلة) في النموذج المراد تقديره
- الصياغة الرياضية الخاطئة للنموذج
- عدم دقة البيانات خاصة السلاسل الزمنية

ووجود الارتباط الذاتي للاخطاء سوف يؤثر سلبا على نتائج المربعات الصغرى العادية من حيث:

- سوف تكون المقدرات متحيزة
- التباين لمقدرات النموذج سوف لن يكون اقل تباين

- طرق الكشف عن ارتباط الخطأ:

1- طريقة دوربين واتسون 1951-1950: يعتبر اختبار دوربين واتسون من اهم الاختبارات الشائعة والمستخدمة في الكشف عن ارتباط الخطأ الذي يلاحظ من الدرجة الاولى حسب الشكل التالي:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t \quad , \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$$

ويشمل هذا الاختبار على اختبار حول معلمة ρ

- ليس هناك مشكلة ارتباط الخطأ وجود ارتباط بين الاخطاء
- هناك مشكلة ارتباط الخطأ وجود ارتباط الاخطاء

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{cases}$$

اي ان الفرضية H_0: تنص على ان معامل الارتباط يساوي الصفر في حين ان الفرضية H_1: تنص على ان معامل الارتباط يختلف عن الصفر ($\rho > 0$ او $\rho < 0$)

حيث ان:

ε_t: هو مقدار الخطأ المقدر، قد يرد الوجود في النموذج كأصلي.

u_t: هو ايضا متغير عشوائي "خطأ عشوائي" مركب اثناء قد يرد

ε_t

ومن اجل القيام باختبار الفرضية H_0 نجب حساب احصائية Durbin-Watson (DW) حيث:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Scan with Balayage rapide

ثم كتابة إحصائية DW أيضا على الشكل التالي:

$$DW = \frac{\sum \hat{\varepsilon}_t^2 + \sum \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 - 2\sum \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1}}{\sum \hat{\varepsilon}_t^2}$$

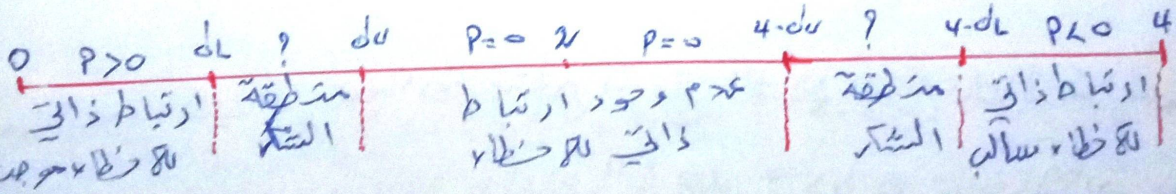
$$= \frac{2\sum \hat{\varepsilon}_t^2}{\sum \hat{\varepsilon}_t^2} - \frac{2\sum \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1}}{\sum \hat{\varepsilon}_t^2} \rightarrow \hat{\rho}$$

حيث نلاحظ أن: $\sum \hat{\varepsilon}_t^2 \simeq \sum \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$

$$DW = 2 - 2\hat{\rho} \Rightarrow DW = 2(1-\hat{\rho}) \Rightarrow \hat{\rho} = 1 - \frac{DW}{2}$$

حيث DW: تمثل القيمة المحسوبة لاختبار ديربن واتسون فهي محصورة بين $[0-4]$ وينتج من العلاقة السابقة أنه إذا كانت $\hat{\rho} = 0$ فإن $DW = 2$

والشكل الموالي يوضح قيم "d" القيم الجدولية المستخرجة من جدول دربين واتسون "والتي تشير إلى وجود أو عدم وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى سواء كان موجب أو سالب أو تأخذ القيمة 0 فتكون غير معروفة "غير محددة" حيث تأخذ القيمة 2 فتكون حيادي أو قيمة تكون (Upper) في الجدول و (Lower) حصائي لتوزيع دربين واتسون



وباستخدام الشكل السابق يمكننا استخراج قيمة DW

- $DW < dL$ أو $DW > 4-dL$ ← نرفض H_0: وجود ارتباط ذاتي للأخطاء
- $dL < DW < du$ أو $4-du < DW < 4-dL$ ← نقبل H_0: وجود ارتباط ذاتي للأخطاء
- $du < DW < 4-du$ ← لا يمكننا معرفة وجود أو عدم وجود ارتباط ذاتي للأخطاء

لإمكانية استخدام هذا الاختبار لابد في ظل الشروط التالية:

- يجب أن يكون النموذج الأصلي متضمناً للحد الثابت (a_0)
- النموذج المقدر لا يتضمن متغيرات تابعة ذات فترات إبطاء كمتغيرات مستقلة
- لا تختبر داربين واتسون إذا كان بواقي الدرجة (1) $\hat{\varepsilon}_{t-p}$

2- اختبار Breusch-Godfrey (1978):

هو اختبار من أجل تجاوز العيوب الموجودة في اختبار Durbin-Watson واختبار Dw يقتصر فقط على ارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة (1) كما أن من طرق الشك في الفرضيات أكثر، عيوب هذا الاختبار الذي لا تظهر اختبارات أخرى مثل BG - حيث يمكن هذا الاختبار من الكشف عنها عن الأخطاء من أجل اختبار وجود ارتباط الذاتي للأخطاء أكبر من (1) حيث نقوم بمعادلة خطأ الذاتي للأخطاء كما يلي:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \rho_p \varepsilon_{t-p} + u_t$$

وبالتعويض نجد ε_t في معادلة النموذج نحصل على معادلة النموذج تصبح كما يلي:

$$y_t = a_0 + B_1 x_{1t} + B_2 x_{2t} + \cdots B_k x_{kt} + \rho_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \rho_2 \hat{\varepsilon}_{t-2} + \cdots \rho_p \hat{\varepsilon}_{t-p} + u_t$$

- من أجل القيام بهذا الاختبار نتبع الخطوات الثلاثة التالية:

1- نقوم بتقدير النموذج العام "الأصلي" بطريقة OLS ثم نقوم بحساب (ε_t) البواقي.

2- نقوم بتقدير المعادلة الموسطية كما يلي:

$$\hat{\varepsilon}_t = a_0 + B_1 x_{1t} + B_2 x_{2t} + \cdots + B_k x_{kt} + \rho_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \rho_2 \hat{\varepsilon}_{t-2} + \cdots \rho_p \hat{\varepsilon}_{t-p} + u_t$$

Scan with Balayage rapide

3- ثم نقوم بحساب معامل الارتباط الجزئي ($\hat{P}$) الذي يعبر عن العلاقة الخطية كلما كانت المستقبل P مشاهدة.

نقوم باختبار استقلالية P ظاهرة من خلال الفرضية H_0

$$\begin{cases} H_0 : P_1 = P_2 = \dots = P_p = 0 \dots \text{عدم وجود ارتباط ذاتي لكل ظاهرة} \\ H_1 : P_1 + P_2 \neq \dots \neq P_p \neq 0 \dots \text{وجود ارتباط ذاتي لكل ظاهرة} \end{cases}$$

بعد هذا نقوم بحساب إحصائية K والتي تتبع توزيع χ^2 بدرجة حرية (P) وذات كثافة:

$$(n-P) \cdot R^2 > \chi^2_{(P)}$$ [القيمة الحرجة لتوزيع χ^2 عند مستوى α]

نرفض H_0 ونقبل H_1: أي أن هناك ارتباط ذاتي لكل ظاهرة.

تصحيح النموذج

في حالة وجود ارتباط ذاتي بين P ظاهرة، فإن الباحث B يجري على تصحيح النموذج من خلال القيام بالخطوات التالية:

1- نقدر P أي الباقي فيه ثم من إحصائية Dw

$$\hat{P} = 1 - \frac{Dw}{2}$$

2- نقدر النموذج التالي بعد تحويل المشاهدات إلى عملية الى مشاهدات ذات شبه الفروقات:

$$Y_t - \hat{P} Y_{t-1} = a_0 (1-\hat{P}) + B_1 (X_{t_1} - \hat{P} X_{t-1,1}) + B_2 (X_{t_2} - \hat{P} X_{t-1,2}) + \dots + B_k (X_{tk} - \hat{P} X_{t_{k-1,k}}) + \varepsilon_t$$

ونكتب نتيجة هذا النموذج على الشكل التالي:

$$Y^*_t = a^*_0 + B_1 X^*_{t_1} + B_2 X^*_{t_2} + \dots + B_k X^*_{t_k} + \varepsilon_t$$

Scan with Balayage rapide

$$\alpha_0^* = a_0(1-\hat{\rho})$$

$$x_{t_1}^* = (x_{t_1} - \hat{\rho}\, x_{t-1,1})$$

$$y_t^* = (y_t - \rho y_{t-1})$$

$$x_{1,\overline{j}}^* = x_{1,j}\sqrt{1-\hat{\rho}^2}$$

$$y_1^* = y_1\sqrt{1-\hat{\rho}^2}$$

كما ان:

ثم نعاود حساب البواقي ... نعاود اختبار دربن واتسون Brevsch godfrey

مثال: بالرجوع الى المعطيات السابقة:

n	ε_i	ε_i^2	$\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}$	$(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2$
1	-1,45	2,4	/	/
2	-0,980	0,976	0,561	0,315
3	-0,427	0,182	0,561	0,315
4	3,134	9,822	3,561	12,681
5	1,695	2,873	-1,439	2,071
6	-0,744	0,553	-2,439	5,948
7	-2,183	4,765	-1,439	2,071
8	-3,622	13,118	-1,439	2,071
9	2,939	8,639	6,561	43,049
10	1,5	2,251	-1,439	2,071
11	6,061	36,740	4,561	20,803
12	-5,817	33,832	-11,878	141,083
		116,162	-4,27	232,48

الفرضية:

$H_0: \rho = 0$ — عدم وجود ارتباط ذاتي

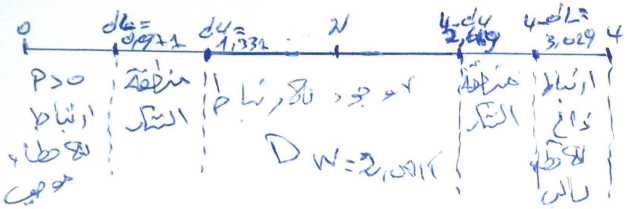
$H_1: \rho \neq 0$ — وجود ارتباط ذاتي

Scan with Balayage rapide

④ $DW = \frac{\sum(\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum \hat{\varepsilon}_t^2} = \frac{232,48}{116,112} = 2,001$: DW نحوم حساب

نقارن احصائية DW بقيم "ك" المحظي والدنيا من جدول دربين واتسون:

لدينا: $dL = 0,971$ ، $dU = 1,331$ لما: $k = 1$ ، $\alpha = 5\%$ ، $n = 42$



نلاحظ من خلال الشكل أن DW تقع في منطقة عدم وجود خطأ. كما أن $DW = 2,001$ وهذا يعني أن النموذج المقدر لا يعاني من مشكلة ارتباط ذاتي للأخطاء.

مثال: نقوم بدراسة العلاقة بين معدل الفائدة طويلة الأجل Y ومعدل الفائدة قصيرة الأجل X_i. والجدول الموالي يحتوي على معطيات شهرية لمعدل الفائدة في الولايات المتحدة الأمريكية:

الشهور	Yi	Xi
1	6,56	7,77
2	654	7,12
3	681	7,96
4	7,04	8,33
5	7,1	8,23
6	7,02	7,9
7	7,18	7,55
8	7,33	8,06
9	7,3	8,06
10	7,22	7,46
11	6,93	7,47
12	6,77	7,15
13	6,58	6,26
14	6,66	5,5
15	6,77	5,29
16	7,05	5,61
17	7,0	5,23
18	6,95	5,54
19	6,85	6,3
20	7	6,22
21	7,28	6,42
22	7,41	6,96
23	7,3	6,58
24	7,22	6,44
25	6,93	6,07
26	6,92	6,03
27	6,88	5
28	6,73	4,86
29	7,0	5,2
30	6,97	5,14

المطلوب:

- قدر و اختبر معنوية معلمة نموذج خطي يمثل معدل الفائدة قصيرة الأجل، ثم أعطي استنتاجات حول النتائج المتحصل عليها.
- قم بتصحيح النموذج إن وجد.

الحل:

1- تقدير النموذج: تم تقدير النموذج بالطريقة المربعات الصغرى العادية باستخدام برنامج EVIEWS.5 حيث كانت معادلة خط الانحدار على الشكل التالي:

$\hat{Y}_i = 6,4782 + 0,0377 X_i$ ⇒ $\hat{Y}_i = 6,4782 + 0,03778 X_i$

بما أن قيمة $DW = 0,4461$

- اختبار ارتباط الأخطاء الدرجة الثانية

ومن جدول دربن واتسون للاحظ أن قيم $d_L = 1,35 ; d_V = 1,49$

نلاحظ أن: $0 < DW < d_L$ ← هي تقع في منطقة الرفض

أي ارتباط ذاتي للأخطاء موجب بنسبة معنوية 5% ، $n = 30$ ، $k = 1$

وهذه الأخطاء ناتجة عن الدرجة الأولى

- اختبار ارتباط الأخطاء Breusch-godfrey

- نمثل النموذج الذي تم حسابه نوع ε_t

- نوع تقدير المعادلة الموجودة

$$\hat{\varepsilon}_t = a_0 + \beta X_1 + \rho_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \rho_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}$$

علما أن فرضية العدم: عدم وجود (أو) مشاهدة

حيث كانت المعادلة المقدرة كما يلي:

$$\hat{\varepsilon}_t = -0,07 + 0,014 X_1 + 0,9\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0,3\hat{\varepsilon}_{t-2}$$

نحسب R^2 لنموذج المعادلة المقدرة، $R^2 = 0,6077$

- حساب مضاعف لاغرانج: (LM)

$$(LM) = (n-p) \cdot R^2 = (30-2) \cdot 0,6077 = 17,0168$$

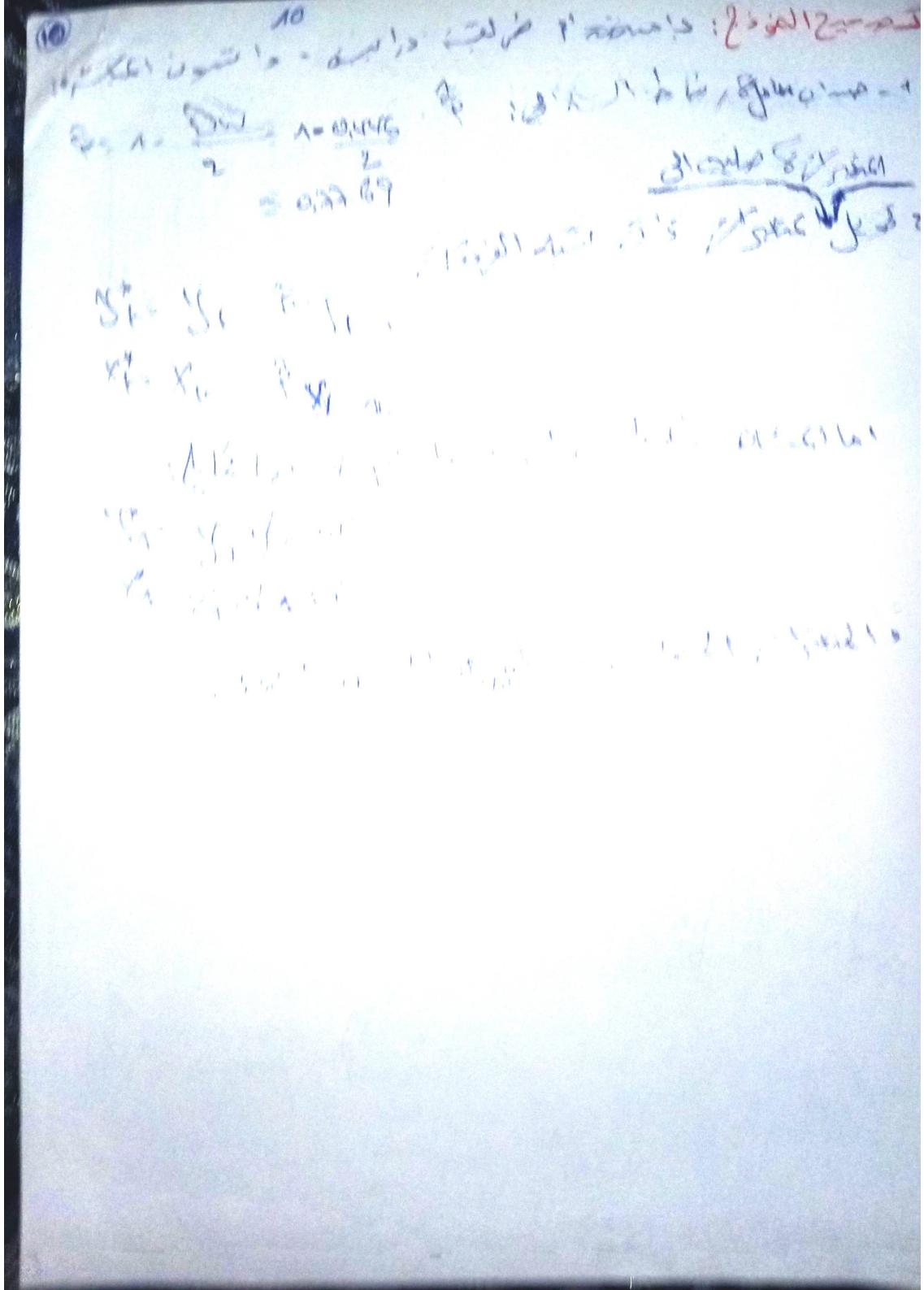
نقرأ $\chi^2(p)$ بدرجة حرية $(2 = p)$، مستوى معنوية 5%:

$$\chi^2_{0,05}(2) = 5,99$$

نلاحظ أن: $LM > \chi^2_{\alpha}(2) \Rightarrow H_0$ مرفوض

H_1 مقبول

وهذا يعني أن هناك ارتباط ذاتي للأخطاء أكبر من (1)



Scan with Balayage rapide

Y*=Yi-PYi-1	X*=Xi-PXi-1	Xi	Yi	الشهور
2,6010	3,1809	7,77	6,56	1
1,44	1,0835	7,12	6,54	2
1,73	2,4285	7,96	6,81	3
1,75	2,1459	8,33	7,04	4
1,63	1,7584	8,23	7,1	5
1,50	1,5061	7,9	7,02	6
1,73	1,4125	7,55	7,18	7
1,75	3,0944	8,96	7,33	8
1,61	1,0990	8,06	7,3	9
1,55	1,1982	7,46	7,22	10
1,32	1,6743	7,47	6,93	11
1,39	1,3466	7,15	6,77	12
1,42	0,7052	6,26	6,68	13
1,47	0,6366	5,5	6,66	14
1,60	1,2171	5,49	6,77	15
1,79	1,3448	5,61	7,05	16
1,53	0,8716	5,23	7,01	17
1,41	1,2768	5,34	6,86	18
1,56	1,9814	6,13	6,89	19
1,76	1,6776	6,44	7,11	20
1,76	1,4168	6,42	7,28	21
1,63	0,9723	5,96	7,29	22
1,55	0,8497	5,48	7,21	23
1,57	1,1826	5,44	7,17	24
1,36	0,6437	4,87	6,93	25
1,54	1,0965	4,88	6,92	26
1,50	1,2087	5	6,88	27
1,38	0,9755	4,86	6,73	28
1,78	1,4243	5,2	7,01	29
1,47	1,3701	5,41	6,92	30

نحقق بواقي نموذج الخطوة الأولى: $Y_t^* = a_0^* + \beta X_t^* + \varepsilon_t$

حيث: $u_t = \hat{\varepsilon}_t - \hat{\rho}\varepsilon_{t-1}$ و $a_0^* = a_0(1-\hat{\rho})$

باستخدام برنامج RATS نجد النتائج:

$$Y_t^* = 1,2586 + 0,2298 X_t^*$$

$a_0^* = a_0(1-\hat{\rho}) \Rightarrow a_0 = \frac{a_0^*}{(1-\hat{\rho})} = \frac{1,2586}{1-0,7769} = 5,64$ حيث

وهكذا اعادة اختبار داربن واتسون من وكل اعادة

$$DW = \frac{\varepsilon(u_t - u_{t-1})^2}{\varepsilon u_t^2} = 1{,}75$$

وبما ان $d_u < DW < 4 - d_u$ وهذه مرفوضة

عدم وجود ارتباط ذاتي كما ان النموذج الصحيح

من ظاهرة الذاتي : مقبول من الناحية القياسية والقياسية

اي :

$\hat{a}^* = 24{,}40$ $S\hat{a}^* = 0{,}51$ ⇒ آسمودنت

$\hat{b} = 2{,}53$ $S_B = 0{,}030$ $F = 56{,}73$

$R^2 = 0{,}669$, $DW = 1{,}75$

وبالتالي تم التخلص من ظاهرة الذاتي لان ظاهرة

تكون تصحيح النموذج