KARA, 13

حساب $V(Y)$ -

ب/1

$(Y-Y_i)$	0	700	1400	2100
$P(Y=Y_i)$	0,312	0,454	0,206	0,028
$Y_i^2 P(Y=Y_i)$	0	222460	403760	123480

$$V(Y) = E(Y^2) - E^2(Y)$$

$$\Rightarrow V(Y) = \sum Y_i^2 P(Y=Y_i) - E^2(Y)$$

$$\Rightarrow V(Y) = [0 + 222460 + 403760 + 123480] - 442225$$

$$\Rightarrow \boxed{V(Y) = 307475}$$

ب/2

$c = 700$ ثابت حيث

$$V(Y) = c^2 V(X)$$

$$\Rightarrow V(Y) = (700)^2 V(X)$$

$$\Rightarrow V(Y) = 490,000 (0,6275)$$

$$\Rightarrow \boxed{V(Y) = 307475}$$

ج/2

المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة أولى جذع مشترك

مقيـــــاس إحـــصاء 2 سلسلة أعمال موجهة رقم 4 السداسي الثا

التمرين الأول: عدد غيابات الطلبة بفوج معين خلال شهر معين متغير عشوائي X توزيعه الاحتمالي على النحو التالي:

(X= xi)	0	1	2	3	4
P (X = xi)	k	2k	3k	2k	2k

المطلوب:

1. أوجد قيمة الثابت k
2. أكتب دالة التوزيع المتجمع للمتغير العشوائي X ومثلها بيانيا
3. أحسب $P(X \geq 3)$, $P(1 \leq X \leq 3)$, $p(X < 2)$
4. أحسب توقع وتباين عدد الغيابات خلال الفترة

التمرين الثاني: بحوزة شركة تجارية ثلاث صفقات تجارية A، B و C (مستقلة عن بعض البعض) ، حيث أن احتمال نجاح كل صفقة هو 0,40 ، 0,35 و 0,2 على الترتيب

نعرف المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الصفقات التجارية الناجحة بالنسبة للشركة

- ماهو التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X (جدول التوزيع الاحتمالي)
- أحسب توقعة وتباينه

نفرض أن الشركة تحقق ربح يقدر بـــ 700و ن (الوحدة 10^4) عن نجاح كل صفقة تجارية

نعرف المتغير العشوائي y الذي يمثل ربح الشركة التجارية

- ماهو التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي y (جدول التوزيع الاحتمالي)
- أحسب توقعة وتباينه (بطريقتين)

التمرين الثالث مدة اشتغال نوع من العناصر الالكترونية (بالأيام) متغير عشوائي X كثافة احتماله على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{1}{2} e^{-kx}, & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب :

- أوجد قيمة الثابت k
- أحسب احتمال ان تفوق مدة اشتغال عنصر الكتروني 20 يوم
- أذا فاقت مدة اشتغال عنصر الكتروني 20 يوم ، فما هو احتمال ان لا تفوق 30 يوم
- أكتب دالة التوزيع المتجمع للمتغير العشوائي X
- أحسب E(x)

الأستاذ / قارة إبراهيم

EXERCICE B

3- حساب $P(X \geq 3)$

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$\Rightarrow P(X \geq 3) = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{P(X \geq 3) = \frac{4}{10}}$$

ب- حساب $P(1 \leq X \leq 3)$

$$P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$\Rightarrow P(1 \leq X \leq 3) = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(1 \leq X \leq 3) = \frac{7}{10}}$$

ج- حساب $P(X<2)$

$$P(X<2) = P(X=1) + P(X=0)$$

$$\Rightarrow P(X<2) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{P(X<2) = \frac{3}{10}}$$

4- حساب التوقع والتباين

$(X=x_i)$	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
$x_i P(X=x_i)$	0	$\frac{2}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$
$x_i^2 P(X=x_i)$	0	$\frac{2}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{54}{10}$	$\frac{128}{10}$

KARA.B)

حلول سلسلة تمارين رقم 04

التمرين الأول

① إيجاد قيمة الثابت k

On sait $\sum P(X=x_i) = 1$

$\Rightarrow k + 2k + 3k + 2k + 2k \Rightarrow 10k = 1$

$\Rightarrow k = \frac{1}{10}$

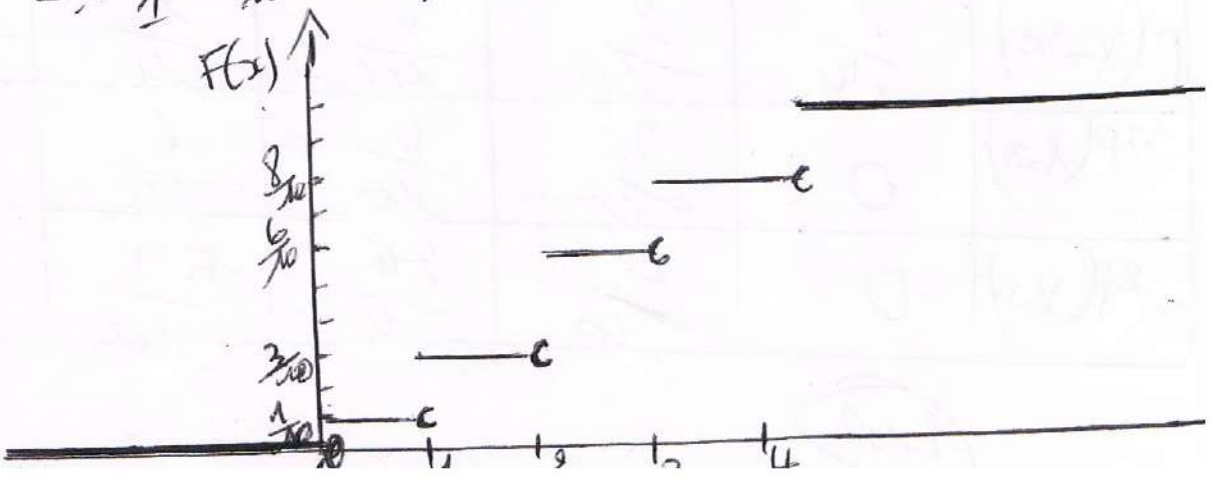
$(X=x_i)$	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$

كثافة و دالة التوزيع التجميع للمتغير العشوائي X .

$F(x) = P(X \leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ \frac{1}{10} & ; 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{10} & ; 1 \leq x < 2 \\ \frac{6}{10} & ; 2 \leq x < 3 \\ \frac{8}{10} & ; 3 \leq x_i < 4 \\ 1 & ; x \geq 4 \end{cases}$$

② تمثيل البياني



AKARA.15

P/ حساب التوقع $E(X)$

$$E(X) = \sum x_i P(X=x_i)$$

$$\Rightarrow E(X) = 0 + \frac{4}{10} + \frac{6}{10} + \frac{6}{10} + \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow E(X) = \frac{22}{10} \Rightarrow \boxed{E(X) = 2,2}$$

P/ حساب التباين $V(X)$

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$\Rightarrow V(X) = \sum x_i^2 P(X=x_i) - E^2(X)$$

$$\Rightarrow V(X) = \left[0 + \frac{4}{10} + \frac{24}{10} + \frac{54}{10} + \frac{128}{10}\right] - (2,2)^2$$

$$\Rightarrow V(X) = \frac{208}{10} - 4,84 \Rightarrow V(X) = 20,8 - 4,84$$

التباين $\Rightarrow \boxed{V(X) = 15,96}$

التمرين الثاني :

X : عدد الهفوات التي يرتكبها التلميذ

$P(A) = 0,4 \quad P(B) = 0,35 \quad P(C) = 0,2 \quad X \in \{0, 1, 2, 3\}$

$$P(X=0) = P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) = (0,6)(0,65)(0,8)$$

$$\Rightarrow \boxed{P(X=0) = 0,312}$$

ΑΣΚΗΣΗ 15

$P(X=1) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$

$\Rightarrow P(X=1) = [P(A).P(\bar{B}).P(\bar{C})] + [P(\bar{A}).P(B).P(\bar{C})] + [P(\bar{A}).P(\bar{B}).P(C)]$

$\Rightarrow P(X=1) = [(0,4)(0,65)(0,8)] + [(0,6)(0,35)(0,8)] + [(0,6)(0,65)(0,2)]$

$\Rightarrow P(X=1) = 0,208 + 0,168 + 0,078$

$\Rightarrow \boxed{P(X=1) = 0,454}$

$P(X=2) = P(A \cap B \cap \bar{C}) \cup P(A \cap \bar{B} \cap C) \cup P(\bar{A} \cap B \cap C)$

$\Rightarrow P(X=2) = [P(A).P(B).P(\bar{C})] + [P(A).P(\bar{B}).P(C)] + [P(\bar{A}).P(B).P(C)]$

$\Rightarrow P(X=2) = 0,112 + 0,052 + 0,042 \Rightarrow \boxed{P(X=2) = 0,206}$

$P(X=3) = P(A \cap B \cap C) \Rightarrow P(X=3) = P(A).P(B).P(C)$

$\Rightarrow P(X=3) = (0,4)(0,35)(0,2)$

$\Rightarrow \boxed{P(X=3) = 0,028}$

$(X=x_i)$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,312	0,454	0,206	0,028

(4 σ)

$\Sigma P(X=x_i) = 1$ σωστό

KARA, B)

$V(x)$, $E(x)$ ؟ حساب

$(X=x_i)$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,312	0,454	0,206	0,028
$x_i P(X=x_i)$	0	0,454	0,412	0,084
$x^2 P(X=x_i)$	0	0,454	0,824	0,252

$$\Rightarrow E(x) = \sum x_i P(X=x_i)$$

$$E(x) = [0 + 0,454 + 0,084 + 0,412]$$

$$\Rightarrow E(x) = 0,95$$

$$V(x) = E(x^2) - E^2(x) \Rightarrow V(x) = \sum x^2 P(X=x_i) - E^2(x)$$

$$\Rightarrow V(x) = [0 + 0,454 + 0,824 + 0,252] - (0,95)^2$$

$$\Rightarrow V(x) = 1,53 - 0,9025$$

$$V(x) = 0,6275$$

التباين

5 ن

KARA B)

- نعرف المتغير العشوائي Y الذي يمثل ربح الشركة

Y : "ربح الشركة"

- التوزيع الاحتمالي لـ Y

$Y \in \{0, 700, 1400, 2100\}$

$(y = y_i)$	0	700	1400	2100
$P(Y = y_i)$	0,312	0,454	0,206	0,028

* حساب $E(Y)$

ب1 :

$(Y = y_i)$	0	700	1400	2100
$P(Y = y_i)$	0,312	0,454	0,206	0,028
$y_i \cdot P(Y = y_i)$	0	317,8	288,4	58,8

$$\Rightarrow E(Y) = \sum y_i \cdot P(Y = y_i)$$

$$\Rightarrow E(Y) = 0 + 317,8 + 288,4 + 58,8$$

$$\Rightarrow E(Y) = 665$$

ب2 نعبر 700 كدالة ي

$$E(Y) = cE(X) \Rightarrow E(Y) = 700E(X) \Rightarrow E(Y) = 700(0,95)$$

نفس النتيجة $\Rightarrow E(Y) = 665$

(6 ن)

$$\Rightarrow P(A) = P(x \geq 20) = \frac{1}{2}\int_{20}^{\infty} e^{-\frac{x}{2}}\,dx = \frac{1}{2}\left[-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_{20}^{\infty}$$

$$\Rightarrow P(A) = 0 - \left(-2e^{-10}\right)\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(A) = e^{-10}}$$

ب) احتمال شرطی: احتمال اینکه (2) روی صفحه بیاید به شرط اینکه (3) رو شده باشد.

$P(C|B)$ = ؟ به شرط اینکه

$$\boxed{P(C|B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)}}$$

$$\boxed{P(B) = P(x \geq 20) = e^{-10}}$$

$$P(C \cap B) = P(20 \leq x \leq 30) = \int_{20}^{30} f(x)\,dx$$

$$\Rightarrow P(C \cap B) = \frac{1}{2}\int_{20}^{30} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\left[-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_{20}^{30}$$

$$\Rightarrow P(C \cap B) = \frac{1}{2}\left(-2e^{-15} + 2e^{-10}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{P(C \cap B) = e^{-10} - e^{-15}}$$

(2 نمره)

$$P(c<1) = \frac{P(c<1 \cap 1<c<10)}{P(1<c<10)} = \frac{e^{-10} - e^{-1}}{e^{-10}}$$

④ حساب دالة التوزيع $F(x)$ لـ $X \sim \mathcal{E}(\frac{1}{2})$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$$

$$\Rightarrow F(x) = \int_{0}^{x} \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}}\,dt = \frac{1}{2}\int_{0}^{x} e^{-\frac{t}{2}}\,dt$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}\left[-2e^{-\frac{t}{2}}\right]_{0}^{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}\left(-2e^{-\frac{x}{2}} + 2\right)$$

$$\Rightarrow F(x) = -e^{-\frac{x}{2}} + 1$$

ومنه نستنتج أن دالة التوزيع المتراكم لـ X تكتب كما يلي:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{2}} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\int_0^{+\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = a \Rightarrow E(x) = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow a = \int_0^{+\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = ?$$

$$\int u\,dv = [u\,v] - \int v\,du$$

$$u = x \qquad du = dx$$

$$dv = e^{-\frac{x}{2}} \qquad v = -2e^{-\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow \int_0^{+\infty} u\,dv = -2\left[x e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow \int_0^{+\infty} u\,dv = 0 + 2\left[-2 e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty}$$

$$\Rightarrow \int_0^{+\infty} u\,dv = 2(0+2) \Rightarrow \boxed{\int_0^{+\infty} u\,dv = 4}$$

$$\int_0^{+\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = a = 4$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow E(x) = \frac{4}{2} \Rightarrow \boxed{E(x) = 2}$$

X متغير عشوائي مستمر دالة كثافته الاحتمالية

$$f(x)\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{2}e^{-kx} & x\geq 0\end{cases}$$

MR KARA B

① إثبات أن k

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{2}e^{-kx}dx = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty} e^{-kx}dx = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{1}{-k}e^{-kx}\right]_{0}^{+\infty} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(0+\frac{1}{k}\right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2k} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}$$

ومنه دالة كثافة الاحتمال تصبح كما يلي:

$$\boxed{f(x)\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & x\geq 0\end{cases}}$$

② حساب $P(X \geq 2)$ احتمال عناصر المجموعة تساوي

$$P(X \geq 2) = \int_{2}^{+\infty} f(x)dx$$

1 نقطة