المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة أولى جذع مشترك

مقياس إحصاء 2 **سلسلة أعمال موجهة رقم 5** **السداسي الثاني**

التمرين الأول

يشير تحقيق قام به صاحب محطة بنزين الى توقف في المتوسط 8 سيارات في الساعة الواحدة للتزود بالوقود

نعرف التغير العشوائي X الذي يمثل عدد السيارات التي تتوقف للتزود بالوقود في الساعة الواحدة

- ما هو التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ؟
- أحسب توقعه وتباينه و انحرافه المعياري
- أحسب احتمالات الحوادث التالية:
- $P(X \geq 2)$, $P(X < 3)$, $P(5 \leq X \leq 7)$

التمرين الثاني

نسبة المنتوج الفاسد في مصنع معين هي P

نعرف المتغير العشوائي X الي يمثل عدد الوحدات الفاسدة في عينة من (20) وحدة

- ما هو التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ؟
- ✓ نفرض أن P= 30 %

أحسب ما يلي:

$P(X \geq 3)$, $P(X < 4)$, $P(5 \leq X \leq 8)$

- أحسب $E(X)$, $V(X)$, σ_X

التمرين الثالث

تخضع معدلات الطلبة في كلية معينة الى توزيع طبيعي وسطه الحسابي 11,5 وانحرافه المعياري 3

أحسب الاحتمالات التالية:

$P(X \geq 8)$, $P(X \leq 7)$, $P(X \geq 14)$, $P(6 \leq X \leq 10)$

الأستاذ / قـــارة ابراهيم

حلول سلسلة أعمال موجهة رقم 05 — إحصاء 2

السنة الأولى
جميع الشعب

الأستاذ قارة ابراهيم

حل التمرين ①

X "عدد السيارات التي تتوقف للتزود بالوقود في الساعة الواحدة"

X يخضع لتوزيع بواسوني $\lambda = 8$

$X \sim P(8)$ $\quad x\{0,1,2 - - - N\}$

$$P(X=x) = e^{-8}\frac{8^x}{x!}$$

ⓐ حساب $E(X)$ ، $V(X)$ ، σ_X

أ) حساب التوقع الرياضي $E(X)$

$$E(X) = \lambda = 8$$

ب) حساب التباين $V(X)$

$$V(X) = \lambda = 8$$

ج) حساب الانحراف المعياري σ_X

$$\sigma_X = \sqrt{V(X)} \Rightarrow \sigma_X = \sqrt{8} \Rightarrow \sigma_X = 2,82$$

③ حساب الاحتمالات

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) - - - - - - - - - -$$

$$\Rightarrow P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - [P(X=2) + P(X=1) + P(X=0)]$$

ن ب

$$\Rightarrow P(x \geq 3) = 1 - \left[e^{-8} \frac{8^2}{2!} + e^{-8} \frac{8^1}{1!} + e^{-8} \frac{8^0}{0!} \right]$$

$$\Rightarrow P(x \geq 3) = 1 - \left[32e^{-8} + 8e^{-8} + e^{-8} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x \geq 3) = 1 - 41e^{-8}}$$

(2) $P(x < 3) = P(x=2) + P(x=1) + P(x=0)$

$$\Rightarrow P(x < 3) = e^{-8} \frac{8^2}{2!} + e^{-8} \frac{8^1}{1!} + e^{-8} \frac{8^0}{0!}$$

$$\Rightarrow P(x < 3) = 32e^{-8} + 8e^{-8} + e^{-8}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x < 3) = 41e^{-8}}$$

(3) $P(5 \leq x \leq 7) = P(x=5) + P(x=6) + P(x=7)$

$$\Rightarrow \boxed{P(5 \leq x \leq 7) = e^{-8} \frac{8^5}{5!} + e^{-8} \frac{8^6}{6!} + e^{-8} \frac{}{}}$$

End

حل التمرين الثاني

① X: "عدد الوحدات الفاسدة"
X: "طبيعة التوزيع هي الحدين"

$X \sim B(n,p)$ $n=20$ $p=$

$\Rightarrow X \sim B(20,p)$ $x \in \{0,1,2,\dots,n\}$

$$P(X=x) = C_{20}^{x} p^{x} (1-p)^{20-x}$$

② نفرض أن $p=30\%$ $p=0,3$

حساب الاحتمالات

$P(X \geq 3) = 1 - P(X<3) = 1 - [P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]$

$P(X \geq 3) = 1 - \left[C_{20}^{0}(0,3)^{0}(0,7)^{20} + C_{20}^{1}(0,3)^{1}(0,7)^{19} + C_{20}^{2}(0,3)^{2}(0,7)^{18}\right]$

$P(X<4) = P(X=3)+P(X=2)+P(X=1)+P(X=0)$

$P(X<4) = C_{20}^{3}(0,3)^{3}(0,7)^{17} + C_{20}^{2}(0,3)^{2}(0,7)^{18} + C_{20}^{1}(0,3)^{1}(0,7)^{19} + C_{20}^{0}(0,3)^{0}(0,7)^{20}$

$P(5 \leq x \leq 8) = P(x=5) + \dots - P(x=8)$

$P(5 \leq x \leq 8) = C_{20}^{5}(0,3)^{5}(0,7)^{15} + \dots\dots C_{20}^{8}(0,3)^{8}(0,7)^{12}$

③ حساب σ_x ، $V(x)$ ، $E(x)$

- $E(x) = nP \Rightarrow E(x) = (20)(0,3)$

$$\Rightarrow E(x) = 6$$

$V(x) = nPq$ $\quad q = 1 - P \Rightarrow q = 0,7$

$\Rightarrow V(x) = (20)(0,3)(0,7)$

$$\Rightarrow V(x) = 4,2$$

- $\sigma_x = \sqrt{V(x)} \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{4,2} \Rightarrow \sigma_x = 2,049$

التمرين الثالث : X: "عدد التلاميذ في الكلية"

X: متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي

$X \sim N(11,5 ; 3)$

حساب الاحتمالات

① $P(X \geq 8) = ?$

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ $\quad Z \sim N(0,1)$

$\Rightarrow P(X \geq 8) = P\left(Z \geq \frac{8 - 11,5}{3}\right) = P(Z \geq -1,16)$

$\Rightarrow P(Z \geq -1,16) = P(Z \leq 1,16) = \Phi(1,16)$

$\Rightarrow \Phi(1,16) = 0,87$

$\Rightarrow P(X \geq 8) = 0,87$

4ص

$P(x \leq 7) = P\left(z \leq \frac{7 - 11,5}{3}\right) = P(z \leq -1,5)$

$\Rightarrow P(z \leq -1,5) = 1 - P(z \leq 1,5) = 1 - \Phi(1,5)$

$\Rightarrow P(z \leq -1,5) = 1 - 0,933 = 0,067$

$\Rightarrow \boxed{P(x \leq 7) = 0,067}$

$P(x \geq 14) = P\left(z \geq \frac{14 - 11,5}{3}\right) = P(z \geq 0,83)$

$= P(z \geq 0,83) = 1 - P(z \leq 0,83)$

$= 1 - \Phi(0,83)$

$= 1 - 0,796$

$\Rightarrow \boxed{P(x \geq 14) = 0,204}$

$P(6 \leq x \leq 10) = P\left(\frac{6 - 11,5}{3} \leq z \leq \frac{10 - 11,5}{3}\right)$

$= P(-1,83 \leq z \leq -0,5)$

$= P(0,5 \leq z \leq 1,83)$

$= P(z \leq 1,83) - P(z \leq 0,5)$

$= \Phi(1,83) - \Phi(0,5)$

$= 0,966 - 0,691 = 0,275$

KARA. B

500