المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة أولى جذع مشترك

مقيـــــاس إحـــصاء 2 | سلسلة أعمال موجهة رقم 3 | السداسي الثاني

التمرين الأول:

A و B حادثان من فضاء عينة Ω حيث : $P(A)=\frac{1}{3}$ ، $P(B)=\frac{1}{2}$ $p(A\cap B)=\frac{1}{4}$

أحسب: $P(A\cup B)$ ، $P(A\cap\overline{B})$ ، $P(\overline{A}\cap B)$

التمرين الثاني : لكي يتم قبول الطالب في الشعبة التي يختارها في جامعة معينة يجب عليه النجاح في الامتحان الشفهي والكتابي معا، إذا علمت ان احتمال نجاح الطالب في الامتحان الكتابي هو 0,65، واحتمال نجاحه في الامتحان الكتابي فقط هو 0,28، احسب احتمال قبول الطالب في الشعبة التي يختارها بالجامعة؟

التمرين الثالث: في مصنع معين يمكن للمنتوج ان يتميز بالعيب a و b، أظهر التحليل الفني للإنتاج النتائج التالية :

- نسبة المنتوج الذي يتميز بالعيب a أو b هي 45 %
- نسبة المنتوج الذي يتميز بالعيب a هي 30 %
- من بين المنتوج الذي يتميز بالعيب a 20 % يتميز بالعيب b

أحسب ما يلي:

1. نسبة المنتوج الذي يتميز بالعيبين معا a و b ؟
2. نسبة المنتوج الذي يتميز بعيب فقط ؟
3. من بين المنتوج الذي يتميز بالعيب b ماهي نسبة المنتوج الذي يتميز بالعيب a ؟

التمرين الرابع: إذا علمت ان احتمال وقوع خطأ مطبعي هو 0,12 و 0,08 بالنسبة للطابعة A و الطابعة B على التوالي، و خلال عملية ما تم طبع 100 ورقة باستخدام الطابعة A و 200 ورقة باستخدام الطابعة B، نسحب ورقة مطبوعة عشوائيا

1. أحسب احتمال وجود خطأ مطبعي في الورقة المسحوبة؟
2. إذا تبين أن الورقة المسحوبة بها خطأ مطبعي، فما هو احتمال أن تكون الورقة ناتجة عن الطابعة A؟

التمرين الخامس:

A و B حادثان مستقلان من فضاء عينة Ω

- برهن أن A و $\overline{B}$ كذلك حادثان مستقلان؟

الأستاذ / قـــارة ابراهيم

KARA.B)

التمرين الثاني

نعتبر الحادثتين

A: "الطالب ينجح في الامتحان الكتابي"

B: "الطالب ينجح في الامتحان الشفاهي"

$P(A) = 0,65$

$P(A \cap \overline{B}) = 0,28$

* المطلوب: احتمال أن الطالب ينجح في الكتابي والشفاهي معا

$P(A \cap B) = ?$

* نعلم أن: $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B})$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,65 - 0,28$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,37$

إحتمال نجاح الطالب في الشعبة التي يختارها.

KARIM.B

حلول سلسلة تمارين رقم 03

التمرين الأول.

A و B حادثان من فضاء عينة Ω

$P(A)=\frac{1}{3}$; $P(B)=\frac{1}{2}$; $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

① حساب $P(A\cup B)$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{4}{12}+\frac{6}{12}-\frac{3}{12}$ $\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{7}{12}$

② حساب $P(A\cap \overline{B})$

$P(A\cap \overline{B})=P(A)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow P(A\cap \overline{B})=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ $\Rightarrow P(A\cap \overline{B})=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}$

$\Rightarrow P(A\cap \overline{B})=\frac{1}{12}$

③ حساب $P(B\cap \overline{A})$

$P(B\cap \overline{A})=P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow P(B\cap \overline{A})=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ $\Rightarrow P(B\cap \overline{A})=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow P(B\cap \overline{A})=\frac{1}{4}$

14

KARA.B)

التمرين الثالث

نسحب صوج واحد عشوائيا من الـ 20.

"A" الصوج تتميز بالصفة a"

"B" الصوج تتميز بالعنصر b"

$P(A) = 0,3$

$P(B|A) = 0,2$

$P(A \cup B) = 0,45$

① تسمية الصوج التي تتميز بالعنصرين معا

① $\Rightarrow P(A \cap B) = ?$

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = (0,3)(0,2)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,06 = 6\%$

② تسمية الصوج التي تتميز بالعنصرين معا $\%06$

② تسمية الصوج التي تتميز بعنصر فقط

② $\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) \cup P(\overline{A} \cap B)$ ② $\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B)$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,3 - 0,06$

$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0,24$

KARA. B)

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$P(B) = ?$

on sait que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\Rightarrow P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$$

$$\Rightarrow P(B) = 0,45 + 0,06 - 0,3$$

$$\Rightarrow P(B) = 0,21$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = 0,21 - 0,06$$

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = 0,15$$

donc $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = 0,24 + 0,15 = 0,39$

النسبة = 39%

وهذه نسبة الشوك الذي تتطلب لعبة واحدة فقط أي 39%

3) من بين الشوك الذي يسمح باللعبة b ما هي نسبة الشوك الذي يسمح باللعبة a

$P(A/B) = ?$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A/B) = \frac{0,06}{0,21} = 0,285$$

وهذه هي بين الشوك الذي تسمح باللعبة b 28,5% تسمح باللعبة a

(4 ص)

KARA. B)

التمرين الرابع

نعتبر U_1 ← الطابعة A

U_2 ← الطابعة B

$$P(U_1) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

$$P(U_2) = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

A "الورقة المسحوبة بها خطأ مطبعي"

① احتمال أن تكون الورقة بها خطأ مطبعي.

$$P(A/U_1) = 0,12$$

$$P(A/U_2) = 0,08$$

سنستخدم نظرية الاحتمالات الكلية

$$\Rightarrow P(A) = P(A/U_1)\,P(U_1) + P(A/U_2).P(U_2)$$

$$\Rightarrow P(A) = (0,12)\left(\frac{1}{3}\right) + (0,08)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow P(A) = 0,04 + 0,053$$

$$\boxed{\Rightarrow P(A) = 0,093}$$

② إذا علمنا أن الورقة المسحوبة بها خطأ مطبعي، فما هو احتمال أن تكون ناتجة عن الطابعة A

⇐ نستخدم قانون Bayes

$$P(U_1/A) = \frac{P(A/U_1).P(U_1)}{P(A/U_1).P(U_1) + P(A/U_2).P(U_2)}$$

$$\Rightarrow P(U_1/A) = \frac{0,04}{0,093} \quad \boxed{\Rightarrow P(U_1/A) = 0,43}$$

(SUD)

(KARA, B)

التمرين الخامس

A و B حادثان مستقلان

نبرهن أن A و $\overline{B}$ كذلك حادثان مستقلان

A و B مستقلان $\Leftarrow$ $P(B/A) = P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

A و $\overline{B}$ مستقلان $\Leftarrow$ $P(\overline{B}/A) = P(\overline{B}) = P(A \cap \overline{B}) = P(A)$

$$P(\overline{B}/A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)}$$

on sait que $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$$\Rightarrow P(\overline{B}/A) = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow P(\overline{B}/A) = \frac{P(A)}{P(A)} - \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(\overline{B}/A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Leftarrow P(B)$$

لأن A و B مستقلان

$$\Rightarrow P(\overline{B}/A) = 1 - P(B) \Rightarrow P(\overline{B}/A) = P(\overline{B})$$

و منه A و $\overline{B}$ فعلا مستقلان

المسؤول عن المادة

ص 6