المركز الجامعي أحمد زبانة غليزان
معهد العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية
سنة أولى جذع مشترك

مقيـــــاس إحصاء 2 | سلسلة أعمال موجهة رقم 2 | السداسي الثاني

التمرين الأول: يحتوي صندوق على 10 كريات سوداء و8 كريات بيضاء لا نفرق بينها عند اللمس، نسحب 05 كريات عشوائيا من هذا الصندوق

أ- نفرض أن السحب الواحدة تلوى الأخرى وبالإرجاع، احسب احتمالات الحوادث التالية:
- الكرات المسحوبة من نفس اللون
- الكرات المسحوبة الثالث الأولى بيضاء
- سحب ثالث كرات بيضاء

ب- نفرض أن السحب الواحدة تلوى الأخرى دون إرجاع، احسب احتمالات الحوادث التالية:
- الكرة المسحوبة الأولى سوداء
- الكرات المسحوبة كلها سوداء

ج-نفرض أن السحب في آن واحد، أحسب احتمالات الحوادث التالية:
- سحب ثالث كرات بيضاء على الأقل
- سحب أربع كرات سوداء على الأكثر
- الكرات المسحوبة من نفس اللون

التمرين الثاني: نختار عشوائيا 05 كتب من بين 15 كتابا مرقمة من (01) الى غاية (15) و نقوم بترتيبها على رف مكتبة (الكتاب لا يظهر أكثر من مرة) من اليمين الى اليسار ، أحسب احتمالات الحوادث التالية:
- الكتاب رقم (03) يظهر على أقصى يمين رف المكتبة
- الكتب (04)، (07) و(12) لا تظهر على رف المكتبة
- الكتب(01)، (02)، (03) تأتي متتابعة على رف المكتبة وبهذا الشكل
- الكتب(06)، (07)، (08)، (09) و (10) هي التي تظهر على رف المكتبة

التمرين الثالث: تتشكل ارقام الخطوط الهاتفية في مدينة معينة من 09 أرقام (يمكن للرقم أن يظهر أكثر من مرة)، نختار عشوائيا خط هاتفي، أحسب احتمالات الحوادث التالية:
- الرقم (0) هو الرقم الأول في الخط الهاتفي ويظهر مرة واحدة فقط
- الرقم 1 يظهر مرة واحدة على الأقل في الخط الهاتفي
- كل الأرقام مختلفة في الخط الهاتفي
- الرقم (01) يظهر 4 مرات، الرقم (03) يظهر 3 مرات والرقم(04) يظهر مرتين في الخط الهاتفي

التمرين الرابع: تحتوي علبة على(10)مصابيح صالحة و (06) فاسدة، نسحب عشوائيا (05) مصابيح من العلبة

أحسب احتمالات الحوادث التالية:

1 ـ الحصول على مصباح فاسد واحد على الأقل 2 ـ الحصول على ثالث مصابيح صالحة على الأكثر

3 ـ كل المصابيح المسحوبة صالحة

الأستاذ / قـــارة ابراهيم

KARA.B

حلول سلسلة تمارين رقم 02

التمرين الأول:

صندوق يحتوي على 10 كرات سوداء و8 بيضاء.
- نسحب 5 كرات عشوائيا.

(P) - السحب الواحدة تلوى الأخرى وبالإرجاع.

الكرار ~~مكن~~ ⇐ الترتيب مهم أسبقا

⇐ أفاتمة.

- عدد الحالات الممكنة ⇐ فاتمة.

$$\overrightarrow{A}^5_{18} = 18^5$$

"A" الكرات المسحوبة من نفس اللون.

كل الكرات بيضاء أو كل الكرات سوداء.

$$P(A) = \frac{\overrightarrow{A}^5_{10} + \overrightarrow{A}^5_8}{\overrightarrow{A}^5_{18}}$$

"B" الكرات المسحوبة الثلاث الأولى بيضاء"

$$P(B) = \frac{\overrightarrow{A}^3_8 \cdot \overrightarrow{A}^2_{10}}{\overrightarrow{A}^5_{18}}$$

"C" السحب ثلاث كرات بيضاء"

$$P(C) = \frac{C^3_5 \cdot \overrightarrow{A}^3_8 \cdot \overrightarrow{A}^2_{10}}{\overrightarrow{A}^5_{18}}$$

C^3_5 نستعملها لأنه ليس بالضرورة تكون خلال السحبات الثلاث الأولى: ⇐ اختيار ثلاث سحبات من بين 5 سحبات.

KARA B

ب) نقصد أن السحب الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع

الترتيب مهم ⟵ التكرار غير ممكن

- عدد الحالات الممكنة ⟵ ترتيبة

$$A_{18}^5 = \frac{18!}{(18-5)!} = 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14$$

A" الكرة المسحوبة الأولى سوداء"

$$P(A) = \frac{A_{17}^5}{A_{18}^5}$$

B" الكرات المسحوبة كلها سوداء"

$$P(B) = \frac{A_{10}^5}{A_{18}^5}$$

ج) السحب في آن واحد (نستخدم التوفيقة)

الحالات الممكنة:

$$C_{18}^5 = \frac{18!}{5!(18-5)!}$$

A" سحب ثلاث كرات بيضاء على الأقل"

كرات بيضاء أو 4 كرات بيضاء أو 5 كرات بيضاء

$$P(A) = \frac{C_8^3 \cdot C_{10}^2 + C_8^4 \cdot C_{10}^1 + C_8^5 \cdot C_{10}^0}{C_{18}^5}$$

B" سحب أربع كرات سوداء على الأكثر"

4 كرات سوداء أو 3 كرات سوداء أو 2 أو 1 أو 0.

$$P(B) = \frac{C_{10}^{4} \cdot C_{8}^{1} + C_{10}^{3} \cdot C_{8}^{2} + C_{10}^{2} \cdot C_{8}^{3} + C_{10}^{1} \cdot C_{8}^{4} + C_{10}^{0} \cdot C_{8}^{5}}{C_{18}^{5}}$$

KARA.B

ط2 الحادث العكسي

$\overline{B}$: سحب كرات سوداء على الأقل"

$$\Rightarrow P(\overline{B}) = \frac{C_{10}^{5} \cdot C_{8}^{0}}{C_{18}^{5}}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) \Rightarrow P(B) = 1 - \frac{C_{10}^{5} \cdot C_{8}^{0}}{C_{18}^{5}}$$

C" : الكرات المسحوبة من نفس اللون

كل الكرات بيضاء أو كل الكرات سوداء

$$P(C) = \frac{C_{10}^{5} \cdot C_{8}^{0} + C_{8}^{5} \cdot C_{10}^{0}}{C_{18}^{5}}$$

التمرين الثاني

لحنا رعشوانيا (05) كتب من بين (15) ونرتبها على رف مكتبة

الترتيب يهم + الكتب الرعشوائية

= تشكيلة الترتيبية

$$A_{15}^{5} = \frac{15!}{(15-5)!} = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11$$

(3ن)

A" الكتاب (03) تظهر على أحد أطراف يمين رف المكتبة"

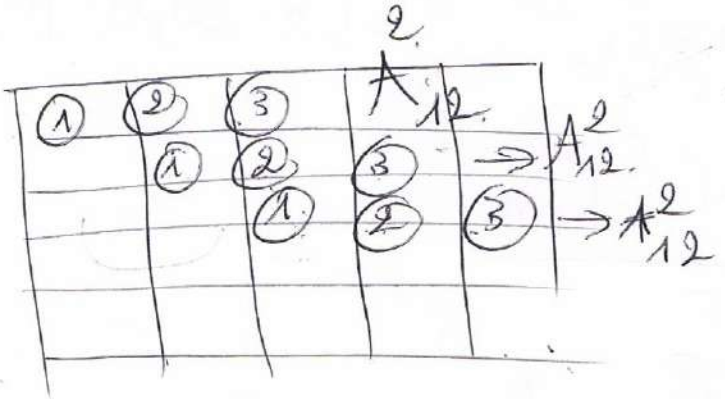
$$P(A) = \frac{A_{14}^{4}}{A_{15}^{5}}$$

KARA.B

B" الكتب (04)، (07) و (12) تظهر على رف المكتبة"

$$P(B) = \frac{A_{12}^{5}}{A_{15}^{5}}$$

C" الكتب (01)، (2)، (03) بأي متتابعة وبهذا الشكل"



$$\Rightarrow P(C) = \frac{3 A_{12}^{2}}{A_{15}^{5}}$$

D" الكتب (06)، (07)، (08)، (09) و (10) هي التي تظهر على رف المكتبة"

$$P(D) = \frac{P_5}{A_{15}^{5}} \Rightarrow P(D) = \frac{5!}{A_{15}^{5}}$$

(4 ن)

KARA, B)

"C" كل الأرقام مختلفة في الخط الثاني"

$$P(C) = \frac{A_{10}^{9}}{A_{10}^{9}} = \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2}{10^{9}}$$

$A_{10}^{9} = \frac{10!}{(10-9)!}$

"D" الرقم (01) ظاهر 4 مرات، الرقم (03) ظاهر 03 مرات
والرقم (04) ظاهر مرتين في الخط الثاني"

تبديل مع التكرار

$$P(D) = \frac{9!}{4!\times3!\times2!} \Big/ A_{10}^{9}$$

التمرين الرابع:

السحب في آن واحد (لا تهم الوجهات)

⇐ الحالات الممكنة

$$C_{16}^{5} = \frac{16!}{5!(16-5)!}$$

"A" الحصول على مصباح فاسد واحد على الأقل"

$$P(A) = \frac{C_6^4\cdot C_{10}^4 + C_6^2\cdot C_{10}^3 + C_6^3\cdot C_{10}^2 + C_6^4\cdot C_{10}^1 + C_6^5\cdot C_{10}^0}{C_{16}^5}$$

طريقة ⇐ الحالات العكسية

$\overline{A}$ "كل المصابيح صالحة"

$$P(\overline{A}) = \frac{C_{10}^5\cdot C_6^0}{C_{16}^5} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_{10}^5\cdot C_6^0}{C_{16}^5}$$

الحل

KARA.B)

التمرين الثالث

أرقام الخطوط الهاتفية تشكل من (09) أرقام

الترتيب مهم + الأرقام يمكن أن تتكرر

A_n^k ← عدد الحالات الممكنة (تسمى الترتيبات)

k ← عدد الحالات الممكنة

$A_{10}^9 = 10^9$

A: "الرقم (0) هو الرقم الأول في الخط و يظهر مرة واحدة فقط"

$$P(A) = \frac{A_9^8}{A_{10}^9} \Rightarrow P(A) = \frac{9^8}{10^9}$$

B: "الرقم (01) يظهر مرة واحدة على الأقل في الخط الهاتفي"

$$P(B) = \frac{C_9^1 A_9^8 + C_9^2 A_9^7 + C_9^3 A_9^6 + C_9^4 A_9^5 + C_9^5 A_9^4 + C_9^6 A_9^3 + \cdots + C_9^9 A_9^0}{A_{10}^9}$$

طريقة الحادثة العكسية

$\overline{B}$: "الرقم (01) لا يظهر في الخط الهاتفي"

$$P(\overline{B}) = \frac{A_9^9}{A_{10}^9} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B})$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - \frac{A_9^9}{A_{10}^9}$$

5 ن

KARA, B)

β "الحصول على (03) مصابيح صالحة على الأقل"

$$P(B) = \frac{C_{10}^{3} C_{6}^{2} + C_{10}^{2} C_{6}^{3} + C_{10}^{1} C_{6}^{4} + C_{10}^{0} C_{6}^{5}}{C_{16}^{5}}$$

$\bar{\beta}$ الحادث العكسي

$\bar{\beta}$ "الحصول على (04) مصابيح صالحة على الأكثر"

$$P(\bar{B}) = \frac{C_{10}^{4} C_{6}^{1} + C_{10}^{5} C_{6}^{0}}{C_{16}^{5}}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) \Rightarrow \boxed{P(B) = 1 - \frac{C_{10}^{4} C_{6}^{1} + C_{10}^{5} C_{6}^{0}}{C_{16}^{5}}}$$

C "كل المصابيح المسحوبة صالحة"

$$P(C) = \frac{C_{10}^{5} \cdot C_{6}^{0}}{C_{16}^{5}}$$

الحل

KARA. B

المسؤول عن التمارين
أ. قارة ابراهيم