محاضرات وتمارين: رياضيات مالية
السنة الثالثة: علوم تجارية
الأستاذ: قارة ابراهيم

- إستهلاك القروض العادية

① **تعريف**: نقصد بالاستهلاك القرض دفع أقساط ثابتة خلال وحدات زمنية متتالية عادة ما تكون سنية، وتكون هذه الأقساط الثابتة (الدفعات) عبارة عن مبلغ مالي يدفع في نهاية كل وحدة زمنية (عادة سنية) يكون من الاستهلاك والفائدة، هو نهاية الوحدة الزمنية الأخيرة ثم تسديد كامل القرض أي القيمة الحالية في نهاية السنة الأخيرة مساوية للصفر، ثم نرمز لها بالرمز a. الأجل الأحادي لاستهلاك القروض العادية في جدول يسمى بجدول استهلاك القرض.

② **العمليات الأساسية الخاصة باستهلاك القروض العادية**

1) العلاقات الأساسية

نرمز بـ: a: الدفعة الثابتة، n: عدد الدفعات
V_0: أصل القرض (مبلغ القرض)
I_i: الفائدة.
A_i: الاستهلاك.
V_i: المبلغ المتبقي في نهاية كل وحدة زمنية.

في جدول استهلاك القرض يجب أن يتحقق ما يلي:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} A_i + \sum_{i=1}^{n} I_i$$

$$V_0 = \sum_{i=1}^{n} A_i$$

2-2 : حساب مبلغ الدفعة الثابتة a.

يتم حساب مبلغ الدفعة الثابتة a انطلاقا من قانون القسط الحالية وذلك على النحو التالي

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \boxed{a = V_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

2-3 : حساب الفوائد I_i في كل سنة

$$I_1 = V_0 \times i \quad I_2 = V_1 \times i \quad I_3 = V_2 \times i \quad I_4 = V_3 \times i \quad \dots \quad I_n = V_{n-1} \times i$$

$$\boxed{I_n = V_{n-1} \times i} \Rightarrow \boxed{V_{n-1} = \frac{I_n}{i}}$$

2-4 : حساب الاستهلاك A_i والعلاقة بين الاستهلاكات.

$$A_1 = a - I_1$$
$$A_2 = a - I_2$$
$$\Rightarrow \boxed{A_p = a - I_p}$$

$$\boxed{\text{الاستهلاك} = \text{الدفعة الثابتة} - \text{الفائدة}}$$

- العلاقة بين الاستهلاكات.

$$A_2 = A_1(1+i)$$
$$A_3 = A_1(1+i)^2 = A_2(1+i)$$

$$\boxed{A_{n-p} = A_p(1+i)^{n-p}}$$

(2-4)

5-2 : المبلغ المتوفر في نهاية السنة

$$V_1 = V_0 - A_1$$
$$V_2 = V_1 - A_2$$
$$V_3 = V_2 - A_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} V_p = V_{p-1} - A_p \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ V_h = V_{h-1} - A_h \end{array}}$$

$\Rightarrow$ المبلغ المتوفر في الحرف = المبلغ في بداية السنة − (الاستهلاك في السنة)
في نهاية السنة

A_p : الاستهلاك في السنة
V_{p-1} : المبلغ في بداية السنة
V_p : المبلغ في نهاية السنة

مثال 1 : قرض عادي بقيمة 300.000 دج يسدد بواسطة 4 دفعات ثابتة، الدفعة الأولى تستحق في نهاية السنة الأولى من تاريخ القرض، بمعدل فائدة مركبة 5 %.

المطلوب

1- احسب مبلغ الدفعة الثابتة a.
2- أنجز كل الجدول الخاص بجدول إطفاء القرض مع تبرير كل العمليات الحسابية.

حل المثال 1 :

- حساب مبلغ الدفعة الثابتة a.

$V_0 = 300.000$
$n = 4$ $\quad i = 5\%$

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \Rightarrow a = 300.000 \frac{0,05}{1-(1,05)^{-4}}$$

$$\Rightarrow a = 300.000 \times (0,282011)$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 84603,3}$$

3 نقاط

② إنجاز جدول استهلاك القرض

$V_0 = 300.000 \quad a = 84603,3$

- عناصر السطر الأول

$I_1 = V_0 \times i \Rightarrow I_1 = 300.000(0,05) \Rightarrow \boxed{I_1 = 15000}$

$A_1 = a - I_1 \Rightarrow A_1 = 84603,3 - 15000$

$\Rightarrow \boxed{A_1 = 69603,3}$

$V_1 = V_0 - A_1 \Rightarrow V_1 = 300.000 - 69603,3$

$\Rightarrow \boxed{V_1 = 230396,7}$

* عناصر السطر الثاني

$A_2 = A_1(1+i) \Rightarrow A_2 = 69603,3(1,05) \Rightarrow \boxed{A_2 = 73083,46}$

$a = A_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = a - A_2$

$\Rightarrow I_2 = 84603,3 - 73083,46$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = 11519,84}$

$V_2 = V_1 - A_2 \Rightarrow V_2 = 230396,7 - 73083,46$

$\Rightarrow \boxed{V_2 = 157313,24}$

- عناصر السطر الثالث

$A_3 = A_2(1+i) = A_1(1+i)^2$

$\Rightarrow A_3 = 73083,46(1,05) \Rightarrow \boxed{A_3 = 76737,63}$

$I_3 = a - A_3 \Rightarrow I_3 = 84603,3 - 76737,63$

$\Rightarrow \boxed{I_3 = 7865,67}$

$V_3 = V_2 - A_3 \Rightarrow V_3 = 157313,24 - 76737,63$

$\Rightarrow \boxed{V_3 = 80575,61}$

- عناصر السطر الرابع والأخير

$A_4 = A_3(1+i) \Rightarrow A_4 = 76737,63(1,05)$

$\Rightarrow \boxed{A_4 = 80574,51}$

$I_4 = a - A_4 \Rightarrow I_4 = 84603,3 - 80574,51$

$\Rightarrow \boxed{I_4 = 4028,79}$

$V_4 = V_3 - A_4 \Rightarrow V_4 = 80575,61 - 80574,51$

$\Rightarrow \boxed{V_4 = 00}$

السنوات	الرصيد في بداية السنة	الدفعة a	الفائدة I_i	الاستهلاك A_i	الرصيد في نهاية السنة
1	300,000	84603,3	15000	69603,3	230396,7
2	230396,7	84603,3	11519,84	73083,46	157313,24
3	157313,24	84603,3	7865,67	76737,63	80575,61
4	80575,61	84603,3	4028,79	80574,51	00

ICARA.B

5 pt